

义务教育教科书 (五·四学制)

数学

六年级 下册

教师教学用书

山东教育出版社



出版说明

为了更好地满足义务教育教学的需求，山东教育出版社等单位受山东省教育厅委托，以教育部审查通过的义务教育教科书为基础，改编出版了一套适合五四分段教学使用的义务教育教科书。本书依据《义务教育数学课程标准（2011年版）》，配合山东教育出版社《义务教育教科书（五四学制）·数学》（六年级下册）编写而成，供教师教学时参考使用。

本书力求体现义务教育课程标准精神和教科书的编写意图；从教师教学实际出发，既有利于教师更好地把握教科书的内容，解决备课中的实际困难，又留给教师一定独立发挥、独立钻研教科书的个性空间；根据素质教育的要求，在每一教学环节都注重体现对学生进行知识与能力、思想与方法、情感态度与价值观的培养；注意吸收数学教育研究的最新研究成果；符合五四分段教学实际，体现五四学制教育特色。

本书是在北京师范大学出版社出版的《义务教育教科书·数学教师教学用书》（七年级下册）的基础上改编而成的。参加本书改编的人员是韩际清、辛珍文、柳圣明、王德刚、云鹏、陈杰、刘崇渭、赵水祥，由马复、韩际清主编。

欢迎广大教师在使用过程中提出修改意见和建议，以利于本书的不断改进和完善。

山东教育出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

数学教师教学用书. 五·四学制. 六年级. 下册 /
马复等编. —2版. —济南: 山东教育出版社, 2019. 1
(2020. 1重印)

义务教育教科书

ISBN 978-7-5328-7179-7

I. ①数… II. ①马… III. ①中学数学课—初中—
教学参考资料 IV. ①G633.603

中国版本图书馆CIP数据核字(2018)第297951号

YIWU JIAOYU JIAOKESHU (WU · SI XUEZHI)

SHUXUE

JIAOSHI JIAOXUE YONGSHU

LIU NIANJI XIA CE

义务教育教科书(五·四学制)

数学

教师教学用书

六年级 下册

*

山东出版传媒股份有限公司

山东教育出版社出版

(济南市纬一路321号)

山东新华书店集团有限公司发行

山东华立印务有限公司印装

*

开本: 787 毫米×1092 毫米 1/16

印张: 16 字数: 205 千

定价: 24.00 元(上光)

ISBN 978-7-5328-7179-7

2013年1月第1版 2019年1月第2版 2020年1月第8次印刷

版权所有·请勿擅用本书制作各类出版物·违者必究

目 录

第五章 基本平面图形

1 线段、射线、直线	5 (2)
2 比较线段的长短	8 (5)
3 角	12 (9)
4 角的比较	15 (12)
5 多边形和圆的初步认识	18 (15)
回顾与思考	22 (19)
复习题	22 (19)

第六章 整式的乘除

1 同底数幂的乘法	34 (22)
2 幂的乘方与积的乘方	39 (25)
3 同底数幂的除法	43 (29)
4 零指数幂与负整数指数幂	45 (31)
5 整式的乘法	50 (36)
6 平方差公式	59 (44)
7 完全平方公式	63 (47)
8 整式的除法	68 (52)

回顾与思考 73 (57)

复习题 73 (57)

综合与实践

◀设计自己的运算程序 86 (61)

第七章 相交线与平行线

1 两条直线的位置关系 98 (64)

2 探索直线平行的条件 105 (70)

3 平行线的性质 112 (76)

4 用尺规作角 118 (81)

回顾与思考 121 (84)

复习题 121 (84)

第八章 数据的收集与整理

1 数据的收集 136 (88)

2 普查和抽样调查 142 (93)

3 数据的表示 148 (98)

4 统计图的选择 150 (99)

回顾与思考 170 (119)

复习题 170 (119)

综合与实践

◀关注人口老龄化 186 (123)

第九章 变量之间的关系

1 用表格表示变量之间的关系 202 (126)

2 用表达式表示变量之间的关系 205 (129)

3 用图象表示变量之间的关系 210 (134)

回顾与思考 221 (145)

复习题 221 (145)

总复习题 235 (150)

注：括号内页码系教科书的页码.

编者的话

本书依据《义务教育数学课程标准（2011年版）》（以下简称《标准》），配合山东教育出版社五四学制《义务教育教科书·数学》（六年级 下册）编辑而成，供教师从事教学时参考。

一、教科书特点

为了实现《标准》的课程目标，教科书力图突出如下特点：

为学生的数学学习构筑起点。为了使每个学生都能够在数学学习过程中获得最适合自己的发展，教科书提供了大量数学活动的线索，作为所有学生从事数学学习的出发点。学生在教科书所提供的学习情境中，通过探索与交流等活动，获得必要的发展，达到《标准》所设立的课程目标。

向学生提供现实、有趣、富有挑战性的学习素材。数学知识的学习，大都力求从学生实际出发，用他们熟悉或感兴趣的问题情境引出学习主题，并提供众多有趣而富有数学含义的问题，以展开数学探究。这将有助于展现数学与现实及其他学科的联系，突出“数学化”的过程。

为学生提供探索、交流的时间与空间。有意义的数学学习不能单纯依赖模仿与记忆，动手实践、自主探索与合作交流也是重要的数学学习方式。为此，教科书在提供学习素材的同时，还依据学生已有的知识背景和活动经验，提供了大量的操作、思考与交流的机会，如提出了大量富有启发性的问题，设立了“做一做”“想一想”“议一议”等栏目，使学生通过自主探索与合作交流，形成新的知识，包括归纳法则与方法、描述概念等。章后的回顾与思考、总复习也以问题的形式出现，以帮助学生通过思考与交流，梳理所学的知识，建立符合个体认知特点的知识结构。

展现数学知识的形成与应用过程。经历知识的形成与应用过程，将有利于学生更好地理解数学、应用数学，增强学好数学的信心。因此，教科书力图采用“问题情境—建立模型—解释、应用与拓展”的模式展开。所有新知识的学习都以对相关情境的研究作为开始，它们是学生了解与学习这些知识的有效切入点。随后，通过对一个个问题的研讨，逐步展开相应内容的学习，这些有助于学生经历真正的“做数学”和“用数学”的过程，并在此过程中逐步发展数感、符号感、空间观念、统计观念、应用意识和推理能力等。

满足不同学生的发展需求。教科书在保证基本要求的同时，也为有更多数学学习需求

的学生提供了有效的途径。“读一读”栏目提供了有关的数学史料或背景知识、数学在现实世界和科学技术中的应用实例、有趣的或有挑战性的问题讨论、有关数学知识延伸的介绍等，目的在于给这些学生以更多了解数学、研究数学的机会。教科书中的习题分为两类：一类面向全体学生，为他们熟悉、巩固新学的内容，加深对相关知识和方法的理解所设；另一类带“※”的题目则面向有特殊数学学习需求的学生，不要求全体学生都尝试去完成它们。

二、教学活动

数学教学是数学活动的教学，是师生交往、互动、共同发展的过程。学生是数学学习的主人，教师是学生从事数学学习的组织者、引导者和合作者。有效的数学教学应当从学生的生活经验和已有的知识背景出发，向他们提供充分的从事数学活动的机会，在活动中激发学生的学习潜能，促使他们在自主探索与合作交流的过程中真正理解和掌握基本的数学知识、技能及数学思想方法，获得广泛的数学活动经验，提高解决问题的能力，学会学习。同时使学生在意志力、自信心、理性精神等情感与态度方面得到良好的发展。

教学活动中，教师应根据学生实际，创造性地使用教科书，积极开发和利用各种教学资源，为学生提供丰富多彩的学习素材，让学生经历数学知识的形成与应用过程；要关注学生的个体差异，有效地实施有差异的教学，使每个学生都得到充分的发展；应根据学生的认知特征和所学知识的特征，灵活采用多种教学形式，促进学生有效地学习；应要求学生在数学学习和解决问题的过程中充分借助计算器（有条件的地区鼓励学生使用计算机），培养他们运用现代信息技术解决实际问题的意识和能力，使他们能够借助新技术去学习数学、解决较为现实的问题，并免于从事大量繁杂、重复的机械性操作活动，而把更多的精力投入到有意义的探索性活动中去。

教师在教学中要尽可能多地使用不同的教学媒体，包括模型、挂图、投影片、录音（像）带、软件等，以丰富学生感知认识对象的途径，促使他们更加乐意接近数学、更好地理解数学、在数学学习上获得更多的成功。

三、学习评价

评价的目的是全面了解学生的学习状况，激励学生的学习热情，促进学生的全面发展。评价也是教师反思和改进教学的有力手段。

对学生数学学习的评价，应全面反映学生的学习状况。首先要关注对学生学习过程的评价，包括学生参与活动的程度和行为表现、合作交流的意识 and 能力等。对学生数学思维过程的评价，不仅要关注学生是否能积极主动地独立思考，而且要关注他们在学习过程中

表现出来的数学思维策略、水平和思维品质。对学生解决问题能力的评价，包括考查他们能否结合具体情境提出数学问题；能否尝试从不同角度分析和解决问题；能否与他人合作解决问题；能否清楚地表达解决问题的过程，并解释结果的合理性；能否对解决问题的过程进行反思，并获得解决问题的经验。对学生情感与态度的评价，应结合具体的教学过程和问题情境，随时了解他们学习数学的主动性、自信心、对数学活动的兴趣和应用数学知识解决问题的意识。对学生掌握基础知识和基本技能状况的评价，应着重考查学生对知识与技能的理解和运用，而不是对知识的机械记忆和过分的技巧性要求。应当强调的是，《标准》所列的教学目标是本学段结束时学生应达到的目标，不能要求每一个学生在相应内容学习之后立即达到，应允许他们经过一段时间的努力和知识、技能与经验的积累而逐步达到。

要采用多样化的评价方式，如书面考试、口试、作业分析、课堂观察、课后访谈、建立数学成长记录、撰写小论文和活动报告等，准确了解学生的数学学习状况。在采用书面考试时，教师要按照《标准》的要求，控制考试难度及次数，控制客观题型的比例，避免偏题、怪题和死记硬背的题目。对于综合与实践，学生需要一定的操作和思考时间，还需要和同伴进行讨论与交流，很难在一次书面测验中完成。因此，教师应注重评价学生综合与实践学习的过程，不宜把它纳入到书面考试（测验）的范围之中。

在呈现评价结果时，应重视定性评价的作用，采用定性定量相结合的方法。定性评价可采用评语的形式，更多地关注学生已经掌握了什么，有哪些进步，具备了什么能力，还需要在哪些方面努力等，以使评价结果有利于学生树立学习数学的自信心，提高学生学习数学的兴趣，促进学生的全面发展。

四、几点说明

1. 教科书体例

本版教科书以学生的学习活动为出发点，即将教科书首先视为学生学习的“学材”。教科书体例以“章”为一个基本单位，不同章之间的体例并无明显区别。每一章的基本体例如下：

(1) 章首页。包括：本章名称、本章主题图、本章引言、本章学习目标。

(2) 若干节。每一节大致包括：

——节名称。

——问题情境：以学生自身和周围环境中的自然现象、社会生活、数学或其他学科中的问题为知识学习的切入点，突出数学与现实世界、其他学科之间的联系，以及知识产生的由来，引发学生的学习欲望，并引导他们的思维指向将要学习的新知识。

——问题串：由浅入深，提出一系列有思维层次或不同理解深度的问题，力图使每一位学生都能投入到学习活动中，不同的学生有不同的收获。

——数学活动：依据学生已有的知识背景和活动经验，针对相应学习主题，向学生提供以自主探索、合作交流等方式进行的主动式学习活动，包括“做一做”“想一想”“议一议”等。

——思考与整理：让学生经历归纳、概括等过程，提炼出上述活动中的数学学习对象，并用自己熟悉的方式、语言及数学符号去表达。

——明晰：以较为规范的形式表达主要的数学对象（如重要的结论、术语、概念、法则等）。

——例题：直接联系所学内容的基础性问题。

——随堂练习：与先前的数学活动或例题关联的基本问题。

——读一读：与学习主题密切相关的数学史实、现实中的数学应用介绍文章或趣味性小品文。每章至少有一篇。

——习题。横向分为：知识技能、数学理解、问题解决、联系拓广；纵向分为：一般性问题、尝试性问题（以“※”标记）。

（3）章后小结：回顾与思考。以设问的方式，让学生通过思考与交流，梳理所学的知识，建立符合个体认知特点的知识结构。

（4）章复习题。复习题与习题类似，也从横向、纵向两个方面进行了分类。

2. 教师教学用书体例

教师教学用书旨在引导教师帮助学生学习。与教科书相同，教师教学用书体例也以“章”为一个基本单位，其基本体例在以教科书的体例为“纲”的前提下，增加了相应的教的要素，以体现“教师怎样做才有助于学生有效地学”的指导思想。教师教学用书每一章的基本体例如下：

（1）《标准》要求：介绍《标准》对相关内容的具体要求。

（2）教学目标：通过本章教学活动希望达成的多维课程目标。

（3）设计思路：介绍本章教科书的编写意图、编写思路以及内容重心等，阐述本章内容与本册书或全套书其他相关内容之间的关系。

（4）课时安排建议：提出本章具体教学课时安排建议。

（5）教学建议（总体）：针对本章教学重心及要点，提出一些在教学活动中的处理方法、注意点，以及选择其他教学资源等方面的操作性建议。

（6）评价建议（总体）：针对本章教学内容及教学活动的重心、要点，提出主要的教学评价方面和方法。

(7) 各节(包括“回顾与思考”)具体教学说明:针对每一节(包括“回顾与思考”)具体的活动或问题等,提出教学建议,提供相关问题的答案.

(8) 附录:提供一个典型教学案例及其评价.有些章还提供一些学科拓展知识.

3. 使用说明

(1) 从具体操作层面看,不同的教师针对同样的教学内容可以有自己的教学方式、方法,这就是教学创造性的一种体现.教师进行有效教学创造的前提是准确把握《标准》的要求、理解教科书的编写意图.因此,教师教学时可在遵循上述原则的基础上,根据学生的实际状况,创造性地使用本书,如改变或替换教科书中的例题或习题,因地制宜地创设一些学习情境、学习素材和教学用具.

(2) 教科书中需要学生完成的任务,包括归纳法则(方法)、描述概念(定义)、总结所学内容的知识结构等.应首先鼓励学生通过独立思考与合作交流给出各自的答案,教师则在学生充分活动的基础之上介绍规范的表述,但不宜要求学生机械记忆规范的表述,应提倡在了解不同答案的基础之上,每个人选择最适合自己的答案.

(3) 教科书中的“读一读”目的在于给对数学有兴趣的学生以更多了解数学、探究数学的机会,是教学中“弹性”的一种表现.教学中应明确:有兴趣的学生可以选择相关材料进行阅读和思考,教师则有义务给他们提供必要的帮助.习题中带“※”的内容仅仅面向部分学生,以满足他们进一步理解和研究有关知识与方法的需求,是体现教学“弹性”的另一个方面,不应当要求全体学生都尝试去完成它们.

(4) 本书的目的在于帮助教师更好地把握教科书,包括它的总体目标、编写思路、内容结构、教学中应当予以关注的重点和难点.所提教学建议仅供教师在教学过程中参考,希望广大教师在使用过程中对它提出宝贵的意见和建议.

谢谢!

第五章 基本平面图形

一、《标准》要求

1. 经历图形的抽象、性质探讨等过程，掌握图形与几何的基础知识和基本技能.
2. 在参与观察、实验、猜想等数学活动中，发展合情推理能力，清晰地表达自己的想法.
3. 在研究图形性质的过程中，进一步发展空间观念；经历借助图形思考问题的过程，初步建立几何直观.
4. 会比较线段的长短，理解线段的和、差，以及线段中点的意义.
5. 掌握基本事实：两点确定一条直线；两点之间线段最短.
6. 理解两点间距离的意义，能度量两点间的距离.
7. 理解角的概念，能比较角的大小.
8. 认识度、分、秒，会对度、分、秒进行简单的换算，并会计算角的和、差.
9. 能用尺规完成基本作图：作一条线段等于已知线段.

二、教学目标

1. 经历观察、测量、折叠、模型制作等活动，发展空间观念.
2. 在现实情境中认识线段、射线、直线、角、多边形、扇形、圆等简单平面图形，了解其含义及相关的性质.
3. 能用符号表示线段、射线、直线、角.
4. 会进行线段的长短或角的大小的比较，能估计一个角的大小，会进行角的单位的简单换算.
5. 能用尺规作图作一条线段等于已知线段.
6. 经历在操作活动中探索图形性质的过程，了解简单图形的性质；丰富数学学习的成功体验，积累操作活动经验，发展有条理的思考与表达能力.

三、设计思路

本章所研究的是最为基本的平面图形，以后几何对象的研究大多建立在这一基础上. 本章内容围绕了解基本几何元素展开，大致遵循这样的线索：基本几何元素—表示—度量—基本平面图形. 力求呈现有关的概念背景，突出数学与生活经验的一致性和对经验的抽象；关注线段与角的度量在方法上的一致性. 具体地，教科书设计了5节内容：

第1节“线段、射线、直线”. 展现现实生活中的数学现象，在现实情境中认识线段、射线、直线，通过具体活动明确“经过两点有且只有一条直线”；通过观察、操作和思考等积累数学活动经验.

第2节“比较线段的长短”.通过展现比较线段长短的不同方法,学习比较大的一般方法:直接比较,借助标准单位作比较.将生活经验上升为一种理性的认识,明确方法的本质和数学表达.

第3节“角”.通过呈现角的表示方法,体现决定角的基本要素;展现运用度量的基本方法解决问题的过程.

第4节“角的比较”.类比线段的比较解决角的比较问题,关注比较方法的一致性;明确角的平分线等概念.

第5节“多边形和圆的初步认识”.在具体的情境中认识多边形、正多边形、圆、扇形等基本的平面图形及其相关概念,为后续学习做铺垫.

本章教科书为学生提供了大量生动有趣的现实情境,并以数学活动为主线进行设计,意在使学生既要掌握简单平面图形的相关知识,更要丰富数学活动经历和体验.同时,在学习中培养良好的情感、态度和主动参与、合作交流的意识,以及勤于动手动脑、手脑并用的良好习惯,进一步发展观察、分析、概括等一般能力.

四、课时安排建议

1 线段、射线、直线	1 课时
2 比较线段的长短	1 课时
3 角	1 课时
4 角的比较	1 课时
5 多边形和圆的初步认识	1 课时
回顾与思考	1 课时

五、教学建议

1. 充分挖掘和利用现实生活中与线段、射线、直线、角、多边形、圆、扇形密切相关的现实背景,尽可能从学生感兴趣的话题出发,通过创设恰当的问题情境进行教学.

本章的定位是认识“基本的平面图形”,在教学中,教师应以现实生活中的大量实例为素材,抽象出基本的平面图形,探究图形的基本性质并能应用相关性质.对六年级的学生来说,初次接触几何与图形,激发他们的学习兴趣很重要.所以,教师要尽可能围绕学生感兴趣的话题,创设适当的问题情境进行教学.例如,比较线段的长短,可以从比较两棵树的高矮、两支铅笔的长短、窗框相邻两边的长短等引出学习内容;对角的学习,可以从不同的图形中找到“角”,从而归纳出角的“静态”定义,通过裁纸刀或剪刀的运动,归纳出角的“动态”定义.

2. 要让学生从事观察、测量、折叠等活动,帮助他们有意识地积累活动经验,获得成功的体验.

本章有许多内容需要学生对图形进行观察和动手操作,如比较线段的长短、比较角的大小、归纳总结正多边形的特征等.教学中要充分注意到这一方面,将观察、测量、折叠等

活动贯穿教学的始终,使学生有意识地积累数学活动经验(如通过线段长短的比较和角的大小的比较体会方法的一致性)。不宜用教师的课堂演示与讲解替代学生的动手操作、主动探究和讨论交流。

3. 鼓励学生从事抽象与概括活动,归纳数学对象的特征,发展有条理的思考。

对六年级阶段的学生而言,操作是发展他们空间观念的一个重要步骤,但也只是一个步骤,目的还是获得抽象的规律、发展空间观念和推理能力。所以,学生的认识过程应当是基于操作,又高于操作——从事抽象与概括活动,归纳数学对象的特征,发展有条理的思考。

六、评价建议

1. 注重对学生观察、操作、探索图形性质等活动的评价。

本章所涉及的新知识、新技能不是很多,但通过大量的活动渗透了许多从事数学活动的方法。对学生活动的评价,一方面是评价学生在活动中的积极程度,包括学生在活动中的主动性、参与程度、与同学合作交流的意识等。另一方面是评价学生对方法的理解,以及数学表达和应用的水平,如能否体会线段的度量和角的度量在方法上的一致性,表达是否具备条理性或独特性等。

2. 注重评价学生对基本平面图形的认识与性质应用

教学时,应注重让学生在现实背景中识别线段、射线、直线、角等平面图形,注重考查学生是否真正理解图形的性质,能否在具体情境中利用图形的性质去解释一些实际问题或现象。

主题图以生活中一些常见事物的图片，暗示了本章将要学习的主要图形，由此使学生感受图形世界的丰富多彩，激发学习兴趣。

第五章 基本平面图形

丰富的图形世界是由一些简单的图形构成的，观察图片，你能“看到”哪些平面图形？除了图中的情形外，你还能举出其他的例子吗？

你会表示线段和角吗？你会比较线段的长短和角的大小吗？你能在复杂的图形中找出多边形、圆、扇形等平面图形吗？

本章将在小学的基础上进一步研究线段、射线、直线、角的含义及相关性质，认识基本的平面图形，感受数学与现实的紧密联系，积累对基本图形进行研究的数学活动经验。



学习目标

- 会用符号表示线段、射线、直线、角等基本图形
- 理解并掌握比较线段的长短和角的大小的方法
- 感受到丰富的图形世界是由一些简单的图形组成的
- 通过丰富的实例，体验基本平面图形的抽象过程，积累几何活动经验

1 线段、射线、直线

自行车轮的辐条、黑板的边沿都可以近似地看做线段 (segment)。线段有两个端点。

将线段向一个方向无限延长就形成了射线 (ray)。手电筒、探照灯所射出的光线可以近似地看做射线。射线有一个端点。

将线段向两个方向无限延长就形成了直线 (line)。直线没有端点。^[1]



图 5-1

议一议

生活中, 有哪些物体可以近似地看做线段、射线、直线?

我们可以用以下方式分别表示线段、射线、直线:^[2]

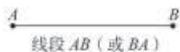
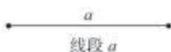
线段 AB (或 BA)线段 a

图 5-2

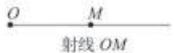
射线 OM

图 5-3

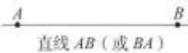
直线 AB (或 BA)直线 l

图 5-4

教学目标

1. 在现实情境中进一步理解线段、射线、直线, 并会用不同的方式表示。

2. 通过操作活动, 了解“两点确定一条直线”的几何事实, 积累数学活动经验。

3. 能够运用几何事实解释和解决具体情境中的实际问题。

4. 通过从事观察、比较、概括等活动, 发展抽象思维能力和有条理的数学表达能力。

本节通过生活中的情境, 激发学生的学习兴趣, 让学生在现实情境中理解线段、射线、直线, 在此基础上, 介绍它们的表示方法; 然后让学生充分动手实践与合作交流探索直线的性质。

^[1]立足现实背景呈现线段、射线、直线的概念。

议一议

教师应鼓励学生充分交流, 丰富线段、射线、直线的的生活背景。在现实生活中, 我们看到的東西一般都是与线段、射线有关, 因此学生对直线的理解有一些困难, 需要一定的想象。

^[2]教科书可借助图形明确线段、射线、直线的表示方法。在教学中, 教师可以让学生先画出三种线, 叙述其特征, 再进行表示。

做一做

目的是使学生通过操作，发现直线的某些性质。

对于问题(3)，教师可以让学生先思考，然后再用纸板代替墙面、用纸条代替木条进行实际操作。

教学时应鼓励学生自己描述从操作活动中所发现的结论。

随堂练习

1. 例如，在正常情况下，射击时要保证目标在准星和缺口确定的直线上，才能射中目标；栽树时只要确定两个树坑的位置，就能确定同一行的树坑所在的直线；建筑工人在砌墙时，经常在两个墙角分别立一根标志杆，在两根标志杆之间拉一根绳，沿这根绳就可以砌出直的墙。

2. 选择的字母不同，表示就不同，这里给出几种。如射线 AB ，射线 BA ，射线 BC ，射线 CB ；线段 AB 、线段 AC 、线段 BC ；直线 AB 、直线 BC 、直线 AC 等。

注意线段、射线、直线表示方法的联系与区别，线段、射线、直线都可以用两个大写的字母表示，但线段、直线在用两个大写字母表示时与这两个大写字母的顺序无关，而用两个大写字母表示射线时，必须是表示射线的端点的字母在前，另一个字母在这个字母的右边。因此，在本题中，直线 AB 与直线 BA 是同一条直线，线段 AB 与线段 BA 是同一条线段，但射线 AB 与射线 BA 不是同一条射线。

读一读

教师应鼓励所有学生进行阅读，并按照步骤自己画出图案或创作图案，以体会图形世界的神奇。

做一做

- (1) 过一点 A 可以画几条直线？
- (2) 过两点 A, B 可以画几条直线？
- (3) 如果你想将一根细木条固定在墙上，至少需要几个钉子？

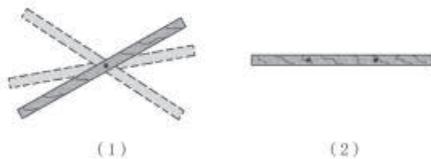


图 5-5

根据生活经验，我们发现：

经过两点有且只有一条直线。

这一事实可以简述为：两点确定一条直线。

随堂练习

1. 举出一个能反映“经过两点有且只有一条直线”的实例。
2. 指出下图中的直线、射线、线段，并一一表示出来。



(第 2 题)

读一读

线段构成的美丽图案

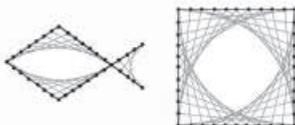


图 5-6

上面的图案漂亮吗？这些图案中似乎包含了一些曲线，其实它们都是由多条线段

构成的. 不信的话, 请按照下面的步骤试一试:

- (1) 画一个角;
- (2) 在角的两边取距离相等的点;
- (3) 将这些点按图 5-7 所示编上号码;
- (4) 把号码相同的点用线段连起来.

看一看, 你得到了什么图案? 有趣吗?

利用这个办法尝试画出上面的图案. 你也可以发挥想象力, 自己创作出更有趣的图案来!



图 5-7

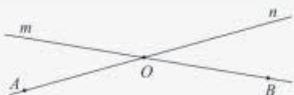
习题 5.1

知识技能

1. 如图, 请用两种方式分别表示图中的两条直线.

2. 如图, 已知平面上三点 A, B, C .

- (1) 画直线 AC ; (2) 画射线 BA ; (3) 画线段 BC .



(第 1 题)



(第 2 题)

数学理解

3. 木匠师傅锯木料时, 一般先在木板上画出两个点, 然后过这两点弹出一条墨线, 这是为什么?

问题解决

4. 点和线段在生活中有着广泛的应用.

- (1) 用 7 根火柴棒可以摆出图中的“8”. 你能去掉其中的若干根火柴棒, 摆出

习题 5.1

1. 一条直线可表示为: 直线 AO 或直线 n ; 另一条直线可表示为: 直线 BO 或直线 m .

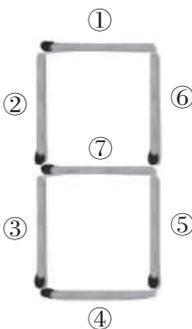
本题意在巩固直线的表示方法. 此外, 还可以让学生找出图中的射线并进行表示.

2. 略.

3. 两点确定一条直线.

4. 本题呈现了点、线段在生活和科技中的应用, 以使学生体会数学与现实世界的密切联系. 教师应组织学生交流各自的答案.

(1) 如图, 分别去掉火柴棒①②③④⑦, ②⑤, ②③, ①③④, ③⑥, ⑥, ②③④⑦, ③, ⑦, 就可以摆出 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 0 九个数字;



(2) 略.

教学目标

1. 借助具体情境，了解“两点之间的所有连线中，线段最短”的性质。
2. 能借助直尺、圆规等工具比较两条线段的长短。
3. 能用尺规作一条线段等于已知线段。

本节首先通过选择最短路径的情境让学生感受和了解线段的性质，引出比较线段长短的必要性，在此基础上提供三组需要比较线段长短的实例，实际上是呈现了三个不同层次的比较线段长短的问题，让学生充分思考和交流比较方法和策略，在叠合法的基础上自然引出用尺规作线段以及线段中点的概念。

^[1]以人们在生活中每天都必须经历的活动——“走路”为背景，得到“两点之间线段最短”这一事实，学生很容易理解，在此基础上介绍两点之间的距离就是水到渠成的事了。

议一议

教科书提供了三组需要作比较的实例：

两棵大树哪一棵更高？（直接观察就可以比较）

两支差不多长短的铅笔哪个长？（观察难以判断，但可以将一端重合进行比较）

一扇长方形窗户的两条邻边（比较接近）哪个长？（观察难以判断，也无法将一个端点重合，但可以借助一个中介如一根绳子去测量比较，也可以用刻度尺分别测量进行比较）

其他的9个数字吗？这种用7条线段构成的数字称为“7画字”，它可以在计算器或电梯的楼层显示屏上。



(1)



(2)

(第4题)

(2)点也可以用来构成数字或符号，点阵式打印机就是利用了这个原理。如图(2)，可以在长方形点阵中，圈出一些点来构成数字或符号。试利用这种方法做出其他25个英文字母。

2 比较线段的长短

如图5-8，从A地到C地有四条道路，哪条路最近？

根据生活经验，容易发现：^[1]

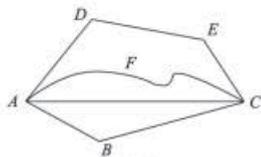


图5-8

两点之间的所有连线中，线段最短。

这一事实可以简述为：两点之间线段最短。

我们把两点之间线段的长度，叫做这两点之间的距离（distance）。

议一议

(1)图5-9中哪棵树高？哪支铅笔长？窗框相邻的两条边哪条边长？你是怎么比较的？与同伴进行交流。



图 5-9

(2) 怎样比较两条线段的长短?

如果直接观察难以判断, 我们可以用两种方法进行比较:

一种方法是用刻度尺量出它们的长度, 再进行比较;

另一种方法是把其中的一条线段移到另一条线段上去, 将其中的一个端点重合在一起加以比较 (如图 5-10).

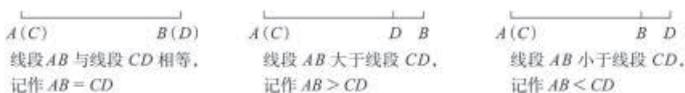


图 5-10

用尺规作图^①的方法可以将一条线段移到另一条线段上.

例 如图 5-11, 已知线段 AB , 用尺规作一条线段等于已知线段 AB .

解: 作图步骤如下:

(1) 作射线 $A'C'$ (如图 5-12);

(2) 以点 A' 为圆心, 在射线 $A'C'$

上截取 $A'B' = AB$.

线段 $A'B'$ 就是所求作的线段.



图 5-11



图 5-12

^① 只用没有刻度的直尺和圆规画图称为尺规作图.

段上加以比较, 将其中的一个端点重合在一起, 如将点 A 和点 C 重合, 从图中就可以看出线段 AB 与线段 CD 的长短.

例 本例是学生首次接触尺规作图, 为了降低难度, 以例题的形式介绍尺规作线段. 教师要加以适当地引导, 只要求学生能完成作图, 并保留作图痕迹, 不要求学生写作法.

教学中应注意问题呈现的层次性: 可直接观察判断→难以直接观察判断 (其中又可细分为两种情形), 这样不仅有利于学生体会比较线段大小的必要性, 而且有利于从中归纳比较线段长短的方法. 教学中应鼓励学生首先独立思考自己的方法, 然后与同伴进行交流.

不管是比较两棵大树的高度、两支铅笔的长短, 还是一扇长方形窗户的两条邻边的长短, 其实质都是比较两条线段的长短. 进而提出问题: 怎样比较两条线段 AB 与 CD 的长短?

在学生讨论的基础上明晰: 如果线段 AB 与线段 CD 长短相差很大, 直接观察就可以进行比较. 如果直接观察难以判断, 我们可以有两种方法进行比较: 一种方法是用刻度尺量出线段 AB 与线段 CD 的长度, 再进行比较; 另一种方法是把其中的一条线段移到另一条线

做一做

线段的中点是本书中第一次出现，应引起必要的重视。在教学中应要求学生先根据问题中的语言描述画出相应的图形，然后根据图形中线段之间的关系进行推理和计算。

$$OB = 0.5 \text{ cm}$$

随堂练习

1. 比较的方法有多种，如测量、圆规截取、借助细线等，要关注学生的方法是否合理可行。有的学生可能会测量折线段的每一小段，然后将测量的结果相加得到折线段的长度；有的学生可能会用圆规将折线段的每一小段卡住，将其依次移到一条直线上，然后再测量它们在直线上的总长度。两种方法都可以，但后者要更为精确一些，因为前者每一次用刻度尺测量都会产生一定的误差。
2. 四边形（筝形）。

如图 5-13，点 M 把线段 AB 分成相等的两条线段 AM 与 BM ，点 M 叫做线段 AB 的中点（midpoint）。这时 $AM=BM=\frac{1}{2}AB$ （或 $AB=2AM=2BM$ ）。

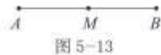


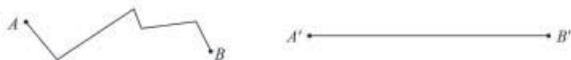
图 5-13

做一做

在直线 l 上顺次取 A, B, C 三点，使得 $AB=4 \text{ cm}$ ， $BC=3 \text{ cm}$ 。如果点 O 是线段 AC 的中点，那么线段 OB 的长度是多少？

随堂练习

1. 比较折线 AB 和线段 $A'B'$ 的长短，你有什么方法？需要什么工具？

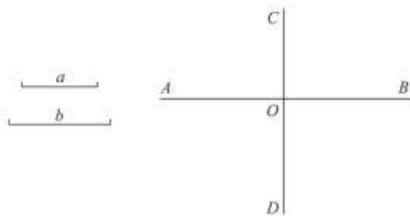


（第1题）

2. 如图，已知线段 a 和 b ，直线 AB 和 CD 垂直且相交于点 O 。利用尺规按下列要求作图：

- （1）分别在射线 OA, OB, OC 上作线段 OA', OB', OC' ，使它们都与线段 a 相等；
- （2）在射线 OD 上作线段 OD' ，使 OD' 与线段 b 相等；
- （3）连接 $A'C', C'B', B'D', D'A'$ 。

你得到了一个怎样的图形？与同伴进行交流。



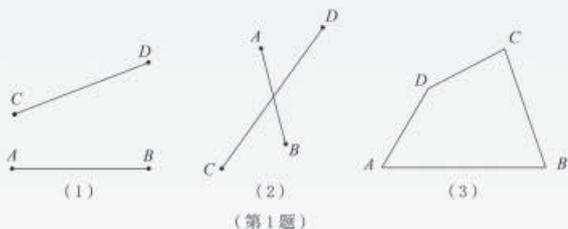
（第2题）

① 连接 $A'C'$ 是指作线段 $A'C'$ 。

习题 5.2

知识技能

1. 比较下图中每组线段的长短.



2. 如图, 已知线段 a , b , 用尺规作一条线段 c , 使 $c=a+b$.



3. 如图, 已知线段 AB , 请用尺规按下列要求作图:

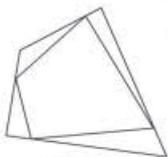
(1) 延长线段 AB 到 C , 使 $BC=AB$;

(2) 延长线段 BA 到 D , 使 $AD=AC$.

如果 $AB=2$ cm, 那么 $AC=$ _____ cm, $BD=$ _____ cm, $CD=$ _____ cm.

联系拓广

4. 如图, 在一个四边形各边上任意取一点, 并顺次连接它们, 想一想, 你得到的图形周长与原四边形周长哪一个大? 为什么? 如果是一个五边形呢? 六边形呢?



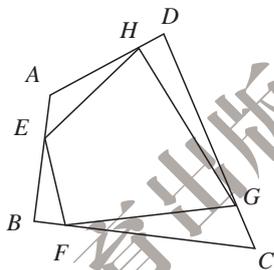
(第4题)

习题 5.2

- (1) 线段 AB 比 CD 短;
(2) 线段 AB 比 CD 短;
(3) 从短到长依次为线段 CD 、线段 AD 、线段 BC 、线段 AB .

鼓励学生选择自己最易操作的方式进行比较.

- 略.
- 作图略; $AC = 4$ cm, $BD = 6$ cm, $CD = 8$ cm.
- 得到的图形周长小于原四边形的周长. 理由: 如图, $EH < AE + AH$, $GH < DH + DG$, $EF < EB + BF$, $FG < FC + CG$, 所以 $EH + EF + FG + GH < AB + BC + CD + AD$, 即四边形 $EFGH$ 的周长 $<$ 四边形 $ABCD$ 的周长.



如果是一个五边形或是一个六边形, 结论仍然成立.

注意: 只要学生能用自己的语言描述上述推理过程即可.

教学目标

1. 通过丰富的实例，进一步理解角的有关概念和角的表示方法，能在具体情境中进行角的表示。

2. 认识角的常用度量单位：度、分、秒，并会进行简单的换算。

3. 进一步认识锐角、钝角、直角、平角、周角及其大小关系。

学生在小学数学中已接触过“角”，但小学的学习基本上限于直观经验，对于角的定义和多种表示方法未做深入研究。本节课首先通过生活中的情境引入角，然后介绍角的静态定义、角的表示方法，再通过裁纸刀裁纸的情境，引出动态的角的定义，以及平角、周角等概念，并进行度、分、秒换算。

[1] 教师可引导学生列举生活中角的实例，再分析角的特征，从而引入角的静态定义。

3 角

你能在图中找到角吗？



图 5-14

角 (angle) 由两条具有公共端点的射线组成，两条射线的公共端点是这个角的顶点 (vertex)。

通常用以下方式表示角：

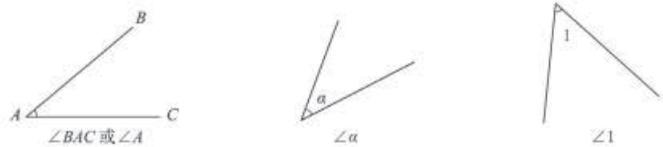


图 5-15

做一做

- (1) 用适当的方式分别表示图 5-16 中的每个角。
- (2) $\angle BAC$ 、 $\angle CAD$ 和 $\angle BAD$ 能用 $\angle A$ 来表示吗？

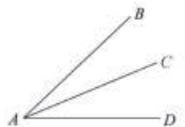


图 5-16

(1) 教学时可引导学生关注：每个角都有两条边，这两条边都是射线；角的两边有公共端点——顶点；顶点、两边是构成角的两个要素。

(2) 教科书借助图形明确角的表示方法。提醒学生注意：用三个大写字母表示角时，表示顶点的字母必须写在另两个字母的中间。

做一做

目的是使学生熟悉角的各种表示方法，并认识到：在不引起混淆的情况下，角才可以仅用它的顶点字母来表示。

议一议

裁纸刀在开合过程中形成了大小不同的角. 你还能举出其他类似的例子吗?



图 5-17

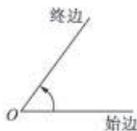


图 5-18

角也可以看成是由一条射线绕着它的端点旋转而成的(如图 5-18).

如图 5-19, 一条射线绕它的端点旋转, 当终边和始边成一条直线时, 所成的角叫做平角 (straight angle). 终边继续旋转, 当它又和始边重合时, 所成的角叫做周角 (round angle).^①



图 5-19

在小学数学中, 我们已经知道: 1 平角 = 180° , 1 周角 = 360° .

为了更精密地度量角, 我们规定:

1° 的 $\frac{1}{60}$ 为 1 分, 记作 $1'$, 即 $1^\circ = 60'$.^[1]

$1'$ 的 $\frac{1}{60}$ 为 1 秒, 记作 $1''$, 即 $1' = 60''$.

例 计算:

(1) 1.45° 等于多少分? 等于多少秒?

(2) $1800''$ 等于多少分? 等于多少度?

解: (1) $60' \times 1.45 = 87'$, $60'' \times 87 = 5220''$,

即 $1.45^\circ = 87' = 5220''$;

(2) $(\frac{1}{60})' \times 1800 = 30'$, $(\frac{1}{60})^\circ \times 30 = 0.5^\circ$,

即 $1800'' = 30' = 0.5^\circ$.

① 如没有特别说明, 本书今后所说的角都是指不超过 180° 的角.

议一议

利用裁纸刀在开合过程中形成了大小不同的角的情境, 展现角的动态形成过程. 教学中, 教师可以利用实物或动画展现角的形成过程, 为角的动态定义做好铺垫. 此处也可以提醒学生对同一数学对象往往可以从多个角度去考虑, 这样有助于我们更好地认识数学对象.

^[1] 教师可以让学生自己画出 1° 的角, 形成对 1° 角的直观认识.

例 对于度、分、秒的换算应控制繁难程度, 以教科书上例题、习题的要求为准.

做一做

以地图上城市之间的夹角为背景，巩固角的符号表示，复习角的度量，同时为下一节角的比较做铺垫。鼓励学生用适当的方式表示角，指导学生采用合适的角的度量方法。

在实践中，常借助角表示方向，通常以正北或正南为基准，配以偏西或偏东的角度来描述方向。

随堂练习

- 在大门的北偏东 90° ，即 $\angle BOA = 90^\circ$ 。
 - 南偏东 0° （正南方向），北偏东 0° （正北方向）：北偏东 50° ，即 $\angle BOD = 50^\circ$ 。
 - $\angle BOD$ 、 $\angle BOA$ 、 $\angle BOC$ 、 $\angle DOA$ 、 $\angle DOC$ 、 $\angle AOC$ 。
 - $\angle BOD$ 、 $\angle DOA$ 是锐角； $\angle DOC$ 是钝角； $\angle BOA$ 、 $\angle AOC$ 是直角； $\angle BOC$ 是平角。

- $0.25^\circ = 15' = 900''$ ；
 - $2700'' = 45' = 0.75^\circ$ 。

习题5.3

- 第一行填： $\angle 2$ ， $\angle 5$ ；第二行填： $\angle BCE$ ， $\angle BAC$ ， $\angle DAB$ 。
- $7.5'$ ， $450''$ ；
 - $100'$ ， $(\frac{5}{3})^\circ$ 。

做一做

图 5-20 是五个城市相对位置的示意图。

- 分别表示以北京为中心的每两个城市之间的夹角。
- 哈尔滨在北京的北偏东大约多少度？



图 5-20

随堂练习

1. 一个公园的示意图如图所示。

- 海洋世界在大门的正东方向，你能说出它在大门的北偏东多少度吗？
- 虎豹园、猴山、大象馆分别在大门的北偏东（或南偏东）多少度？
- 在图中连接各个景点与大门，并用适当的方式表示各角；
- 指出图中的锐角、钝角、直角、平角。



(第 1 题)

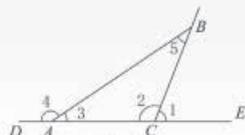
- $0.25'$ 等于多少分？等于多少秒？
 - $2700''$ 等于多少分？等于多少度？

习题 5.3

知识技能

1. 将图中的角用不同方法表示出来，并填写下表：

$\angle 1$		$\angle 3$	$\angle 4$	
	$\angle BCA$			$\angle ABC$



(第 1 题)

2. 计算：

- $(\frac{1}{8})^\circ$ 等于多少分？等于多少秒？
- $6000''$ 等于多少分？等于多少度？

问题解决

3. (1) 如图, 分别确定四个城市相应钟表上时针与分针所成角的度数.



(第3题)

(2) 每经过 1 h, 时针转过多少度? 每经过 1 min, 分针转过多少度?

(3) 当时钟指向上午 10:10 时, 时针与分针的夹角是多少度?

※ (4) 请你的同伴任意报一个时间 (精确到分), 你来确定时针与分针的夹角.

4 角的比较

还记得怎样比较线段的长短吗? 类似地, 你能比较角的大小吗? 与同伴进行交流.^[1]

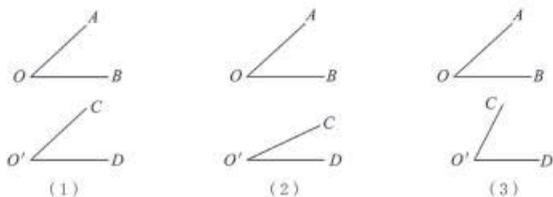


图 5-21

与比较线段的长短类似, 如果直接观察难以判断, 我们可以用两种方法进行比较:

一种方法是用量角器量出它们的度数, 再进行比较;

另一种方法是使两个角的顶点及一条边重合, 另一条边放在重合边的同侧就可以比较大小 (如图 5-22).

问题: “你能比较角的大小吗?” 同样给出了三个层次的问题让学生类比得出比较角的大小的方法, 然后设计了一个操作活动引出角的平分线的概念.

^[1] 教学中教师要对比角的比较方法与线段的比较方法, 注意二者的一致性. 在学生回忆比较线段长短的方法和观察三幅图的基础上明晰: 如果两个角的大小相差很大, 直接观察就可以进行比较. 如果直接观察难以判断, 我们可以有两种方法进行比较: 一种方法是用量角器量出每个角的度数, 再进行比较; 另一种方法是将两个角叠合进行比较.

3. (1) 30° , 0° , 120° , 90° ;
 (2) 30° , 6° ;
 (3) 115° ;
 (4) 略.

教学目标

1. 经历比较角的大小的研究过程, 体会角的比较和线段的比较方法的一致性.

2. 会比较角的大小, 能估计一个角大小.

3. 在操作活动中认识角的平分线, 能画出一个角的平分线.

学生已经经历了比较线段长短的过程, 知道可以通过直接观察、测量和叠合的方法比较线段的长短, 因此本节课首先类比线段长短的比较提出问

做一做

前两个问题旨在巩固比较角的大小的方法,并进一步丰富对锐角、钝角、直角、平角的认识.教学中,应鼓励学生充分交流比较 $\angle BOC$ 和 $\angle DOE$ 的大小的方法.教科书呈现小明的方法,一个重要的目的是借此引出角的平分线的概念.

(1) $\angle AOB < \angle AOC < \angle AOD < \angle AOE$, $\angle AOB$ 是锐角, $\angle AOC$ 是直角, $\angle AOD$ 是钝角, $\angle AOE$ 是平角.

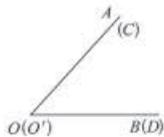
(2) $\angle BOC > \angle DOE$.

(3) 小明用的是叠合法.

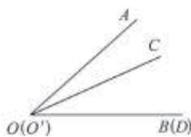
(4) $\angle DOF = \angle COF$.

做一做

在教学中一定要让学生先估计两个角的度数,并充分交流自己估计的方法.有些学生可能是直接观察估计度数,有些学生可能借助三角尺等工具进行估计.在交流的基础上再让学生通过测量验证自己的估计.

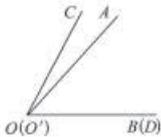


$\angle AOB$ 和 $\angle CO'D$ 相等,
记作 $\angle AOB = \angle CO'D$



$\angle AOB$ 大于 $\angle CO'D$,
记作 $\angle AOB > \angle CO'D$

图 5-22



$\angle AOB$ 小于 $\angle CO'D$,
记作 $\angle AOB < \angle CO'D$

做一做

根据图 5-23 求解下列问题:

(1) 比较 $\angle AOB$, $\angle AOC$, $\angle AOD$, $\angle AOE$ 的大小,并指出其中的锐角、直角、钝角、平角.

(2) 试比较 $\angle BOC$ 和 $\angle DOE$ 的大小.

(3) 小明通过折叠的方法,使 OD 与 OC 重合, OE 落在 $\angle BOC$ 的内部,所以 $\angle BOC$ 大于 $\angle DOE$.

你能理解这种方法吗?

(4) 请在图中画出小明折叠的折痕 OF , $\angle DOF$ 与 $\angle COF$ 有怎样的大小关系?

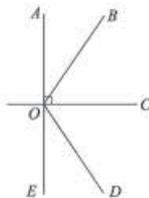


图 5-23

从一个角的顶点引出的一条射线,把这个角分成两个相等的角,这条射线叫做这个角的平分线 (angle bisector).

如图 5-24,射线 OC 是 $\angle AOB$ 的平分线.这时, $\angle AOC = \angle BOC = \frac{1}{2} \angle AOB$ (或 $\angle AOB = 2 \angle AOC = 2 \angle BOC$).

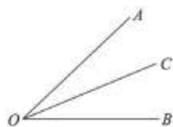


图 5-24

做一做

(1) 如图 5-25,估计 $\angle AOB$, $\angle DEF$ 的度数.

(2) 量一量,验证你的估计.

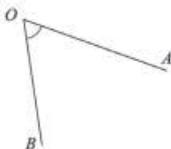
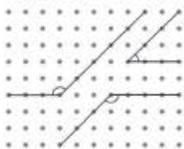


图 5-25

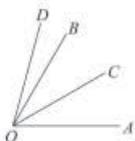
随堂练习

1. 如图, 在方格纸上有三个角.

- (1) 先估计每个角的大小, 再用量角器量一量;
(2) 找出三个角之间的等量关系.



(第1题)



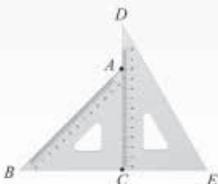
(第2题)

2. 如图, OC 是 $\angle AOB$ 的平分线, $\angle BOD = \frac{1}{3}\angle COD$, $\angle BOD = 15^\circ$, 则 $\angle COD =$ _____; $\angle BOC =$ _____; $\angle AOB =$ _____.

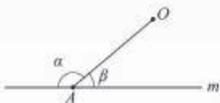
习题 5.4

知识技能

- 把一副三角尺按如图所示那样拼在一起, 试确定图中 $\angle B$, $\angle E$, $\angle BAD$, $\angle DCE$ 的度数及其大小关系.
- 如图, 直线 m 外有一定点 O , A 是 m 上的一个动点, 当点 A 从左向右运动时, 观察 $\angle \alpha$ 和 $\angle \beta$ 是如何变化的, $\angle \alpha$ 和 $\angle \beta$ 之间有什么关系吗?



(第1题)



(第2题)

数学理解

- 借助一副三角尺, 你能画出 75° 的角吗? 15° 呢? 你还能画出哪些角? 这些角有什么共同特征?

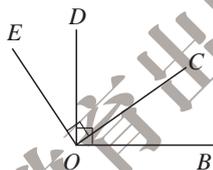
随堂练习

- (1) 135° , 135° , 45° ;
(2) 图中两个钝角相等, 一个钝角和一个锐角的和为 180° .
- $\angle COD = 45^\circ$,
 $\angle BOC = 30^\circ$,
 $\angle AOB = 60^\circ$.

习题 5.4

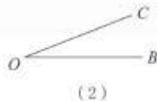
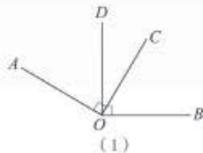
- $\angle B = 45^\circ$, $\angle E = 60^\circ$, $\angle BAD = 135^\circ$, $\angle DCE = 90^\circ$, $\angle B < \angle E < \angle DCE < \angle BAD$.
- $\angle \alpha$ 越来越小, $\angle \beta$ 越来越大, 但始终 $\angle \alpha + \angle \beta = 180^\circ$.
- 能画出无数个角, 这些角的度数都是 15 的倍数. 设一个角可以由 30° 和 45° 角分别重复画 m 次和 n 次合并而成 (m, n 是整数), 度数为 α° , 即 $\alpha = 30m + 45n = 15(2m + 3n)$, 因此, α 总是 15 的整倍数.

4. (1) 152° ;
 (2) $\angle AOC = \angle BOD$, $\angle AOD = \angle BOC$, 还会相等;
 (3) $\angle AOB$ 变大;
 (4) 如图, 画 $\angle BOD = \angle COE = 90^\circ$, 则 $\angle DOE = \angle COB$.



问题解决

4. 如图(1), $\angle AOC$ 和 $\angle BOD$ 都是直角.
 (1) 如果 $\angle DOC = 28^\circ$, 说出 $\angle AOB$ 的度数;
 (2) 找出图(1)中相等的角. 如果 $\angle DOC \neq 28^\circ$, 它们还会相等吗?
 (3) 若 $\angle DOC$ 变小, $\angle AOB$ 如何变化?
 (4) 在图(2)中利用能够画直角的工具再画一个与 $\angle COB$ 相等的角.



(第4题)

5 多边形和圆的初步认识

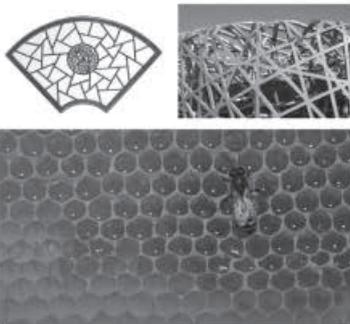


图 5-26



教学目标

1. 经历从现实世界中抽象出平面图形的过程, 感受图形世界的丰富多彩.
2. 在具体情境中认识多边形、正多边形、圆、扇形.
3. 能根据扇形和圆的关系求扇形的圆心角的度数.
4. 在丰富的活动中发展学生有条理的思考和表达能力.

本节课涉及的概念相对较多, 大致分为两部分: 一部分

是多边形及其相关概念, 另一部分是圆和扇形及其相关概念. 每一部分的设计都是从实际背景出发, 进行数学思考, 然后从数学角度分析对象, 获得概念, 最后利用概念和性质解决简单问题.

在实际教学中, 教师也可以安排2课时完成这一部分内容, 第1课时以学生自主学习为主, 即让学生阅读教科书中的内容, 提出学习过程遇到的问题; 第2课时以解答学生的疑问和处理习题为主.

三角形、四边形、五边形、六边形等都是多边形^① (polygon), 它们都是由若干条不在同一直线上的线段首尾顺次相连组成的封闭平面图形.

^① 如没有特别说明, 本书所说的多边形都是指凸多边形, 即多边形总在任何一条边所在直线的同一侧.

[1] 教学时应鼓励学生从实际生活中发现“熟悉”的平面图形.

如图 5-27, 在多边形 $ABCDE$ 中, 点 A, B, C, D, E 是多边形的顶点; 线段 AB, BC, CD, DE, EA 是多边形的边; $\angle EAB, \angle ABC, \angle BCD, \angle CDE, \angle DEA$ 是多边形的内角 (可简称为多边形的角); AC, AD 都是连接不相邻两个顶点的线段, 像这样的线段叫做多边形的**对角线** (diagonal).

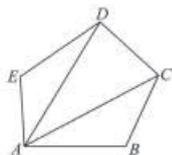


图 5-27

你还能画出图中其他的对角线吗? [1]

做一做

- (1) n 边形有多少个顶点? 多少条边? 多少个内角?
- (2) 过 n 边形的每一个顶点有几条对角线?

议一议

观察图 5-28 中的多边形, 它们的边、角有什么特点? 与同伴进行交流.



图 5-28

各边相等、各角也相等的多边形叫做**正多边形**. 图 5-28 中的多边形分别是正三角形、正四边形 (正方形)、正五边形、正六边形、正八边形.

做一做



图 5-29

做一做

通过生活实例让学生直观感受圆和扇形的特征, 通过画圆的过程抽象出圆的动态定义. 对于弧、扇形及圆心角等概念, 本节只是进行初步认识, 目的是为后续的学习做铺垫. 在九年级, 我们还将对它们进行更深入的研究, 因此这里不必深究弧、扇形及圆心角的概念.

[1] 旨在帮助学生熟悉多边形的对角线的概念. 对角线还有线段 BE 、线段 BD 、线段 CE .

做一做

旨在探讨多边形的内角、顶点、对角线和边数之间的数量关系, 使学生通过观察、归纳, 猜想获得对多边形的进一步认识, 发展他们的推理能力. 对学有余力的学生, 可以引导他们探索出多边形的对角线的条数 s 和边数 n 的关系: $s = \frac{n(n-3)}{2}$.

$$s = \frac{n(n-3)}{2}$$

- (1) n 边形有 n 个顶点、 n 条边、 n 个内角;
- (2) 过 n 边形的每一个顶点有 $(n-3)$ 条对角线.

议一议

结合具体图形认识正多边形.

图 5-29 中有我们熟悉的圆和扇形，你还记得用哪些方法可以画一个圆吗？你能用一根细绳和笔画出一个圆吗？

如图 5-30，平面上，一条线段绕着它固定的一个端点旋转一周，另一个端点形成的图形叫做圆 (circle)。固定的端点 O 称为圆心 (center of a circle)；线段 OA 称为半径 (radius)。

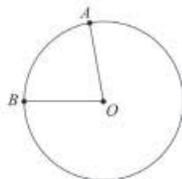


图 5-30

圆上任意两点 A, B 间的部分叫做圆弧，简称弧 (arc)，记作 \widehat{AB} ，读作“圆弧 AB ”或“弧 AB ”；由一条弧 AB 和经过这条弧的端点的两条半径 OA, OB 所组成的图形叫做扇形 (sector)；顶点在圆心的角叫做圆心角 (central angle)。

例 将一个圆分割成三个扇形，使它们的圆心角的度数比为 $1:2:3$ ，求这三个扇形的圆心角的度数。

解： 因为一个周角为 360° ，所以分成的三个扇形的圆心角分别是：

$$360^\circ \times \frac{1}{1+2+3} = 60^\circ,$$

$$360^\circ \times \frac{2}{1+2+3} = 120^\circ,$$

$$360^\circ \times \frac{3}{1+2+3} = 180^\circ.$$

议一议

这里从总体和部分的关系入手讨论两种特殊扇形的面积。教学时不必在这里介绍一般扇形的面积公式，因为我们将九年级研究扇形的面积。当然，如果部分学生有兴趣探索，教师应当鼓励。

(1) 每个扇形的面积是圆面积的 $\frac{1}{3}$ 。

(2) 面积是圆面积的 $\frac{1}{6}$ 。

议一议

(1) 如图 5-31，将一个圆分成三个大小相同的扇形，你能算出它们的圆心角的度数吗？你知道每个扇形的面积和整个圆的面积的关系吗？与同伴进行交流。

(2) 画一个半径是 2 cm 的圆，并在其中画一个圆心角为 60° 的扇形，你会计算这个扇形的面积吗？与同伴进行交流。

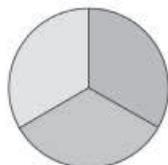
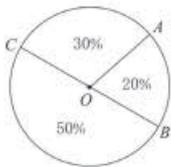


图 5-31

随堂练习

- 现实生活中有许多正多边形的实例，试举出两例。
- 如图，把一个圆分成三个扇形，你能求出这三个扇形的圆心角吗？



(第2题)

习题 5.5

知识技能

- (1) 如图，从八边形 $ABCDEFGH$ 的顶点 A 出发，可以画出多少条对角线？分别用字母表示出来；
(2) 这些对角线将八边形分割成多少个三角形？



(第1题)



(第2题)

- 在半径为 1 的圆中，扇形 AOB 的圆心角为 120° ，请在如图所示的圆内画出这个扇形，并求出它的面积。

数学理解

- 过某个多边形一个顶点的所有对角线，将这个多边形分成 5 个三角形，这个多边形是几边形？

随堂练习

- 略。
- $\angle BOC = 180^\circ$, $\angle AOB = 72^\circ$, $\angle AOC = 108^\circ$.

习题 5.5

- (1) 5 条，它们分别是线段 AC, AD, AE, AF, AG ;
(2) 6 个三角形。

事实上，经过多边形的一个顶点有 $(n-3)$ 条对角线，并将多边形分成 $(n-2)$ 个三角形。

- 画图略，面积是 $\frac{\pi}{3}$ 。
- 七边形。

回顾与思考

“回顾与思考”通过问题的方式回顾本章的主要内容。教学时，教师应充分发挥学生的主体作用，引导学生解决“回顾与思考”中的问题，并用自己的语言表述，从而引导学生形成本章的知识框架图。教师不能让学生简单地重述本章的内容。

教学时，可按照下列步骤完成知识结构的梳理工作。

1. 依次回忆各节学习内容，分组回答下列问题：

(1) 线段、射线、直线之间的区别和联系是什么？

(2) 什么是角？角的表示方法有哪些？

(3) 举例说明“两点确定一条直线”“两点之间线段最短”的事实在实际生活中的应用。

(4) 通过本章的学习，你知道了哪些比较线段长短、比较角的大小的方法？它们之间有什么相同之处？

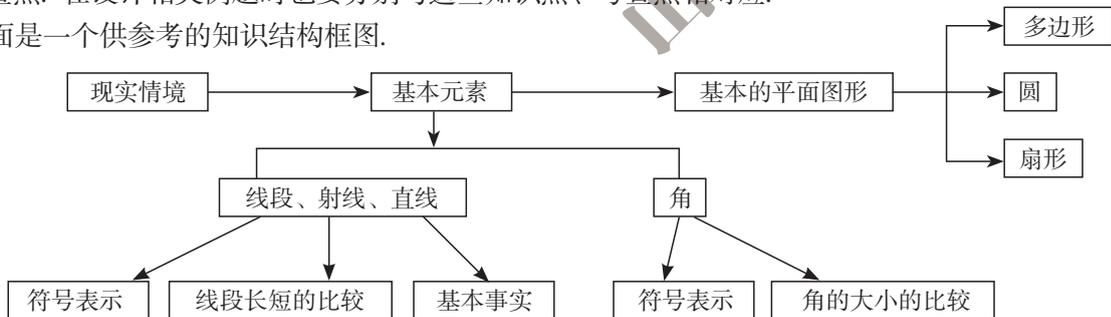
(5) 常见的平面图形有哪些？各有什么特征？

2. 在教师的引导下学生交流以上问题，教师在黑板上适当的位置写下相应的知识点。

3. 教师进一步提问：这些知识之间有什么样的联系？能否用适当的符号将这些关系表示出来？同时在黑板上进行适当地标注。

4. 在黑板上形成了一个全章的知识框架图。教师分析这个框架图，并解释其中较为重要的知识点、考查点。在设计相关例题时也要分别与这些知识点、考查点相对应。

下面是一个供参考的知识结构框图。



回顾与思考

1. 生活中有哪些你熟悉的平面图形？举例说明。
2. 找一找生活中你喜欢的图案，说说它是由哪些基本几何图形组成的。
3. 选择几种基本几何图形设计一个你喜欢的图案，说明寓意并与同伴交流。
4. 通过本章的学习，你知道了哪些比较线段长短的方法？比较角的大小的方法呢？它们之间有什么相似之处？
5. 用自己的方式梳理本章的知识结构，你是怎样想的？与同伴进行交流。

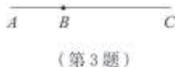
复习题

知识技能

1. 如图，在同一平面内有四个点 A, B, C, D ，请用直尺按下列要求作图：

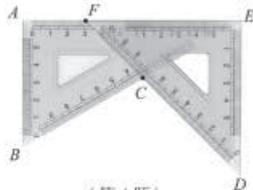
- (1) 作射线 CD ；
- (2) 作直线 AD ；
- (3) 连接 AB ；
- (4) 作直线 BD 与直线 AC 相交于点 O 。

2. 将弯曲的河道改直，可以缩短航程，请说说其中的道理。



3. 如图， $\angle ABC$ 是平角，过点 B 任作一条射线 BD 将 $\angle ABC$ 分成 $\angle DBA$ 与 $\angle DBC$ ，当 $\angle DBA$ 是什么角时：

- (1) $\angle DBA < \angle DBC$ ？
- (2) $\angle DBA > \angle DBC$ ？
- (3) $\angle DBA = \angle DBC$ ？



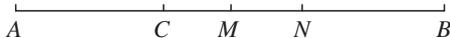
4. 一副三角尺拼成如图所示的图案，求 $\angle EFC$ ， $\angle CED$ ， $\angle AFC$ 的度数。

以下提供一些供参考的典型例题.

例 1 小亮利用星期天搞社会调查活动, 早晨 8:00 出发, 中午 12:30 到家, 小亮出发时和到家时时针和分针的夹角各为多少度?

分析: 钟面上时针与分针所成的夹角问题, 实际上是时针与分针所经过的角度的追及问题, 要先弄清它们的速度关系: 时钟钟面上时针或分针旋转一周为 360° , 以 12:00 为基准, 时针每经过 1 h 旋转 $360^\circ \times \frac{1}{12} = 30^\circ$, $1 \text{ h} = 60 \text{ min}$, 所以时针每分旋转 $30^\circ \times \frac{1}{60} = 0.5^\circ$, 而分针每经过 1 min 旋转 $360^\circ \times \frac{1}{60} = 6^\circ$. 解决此类问题时, 建议学生画出完整的钟面以便于分析. 8:00 时针和分针的夹角是 120° , 12:30 时针和分针的夹角是 165° .

例 2 如下图, 点 C 是线段 AB 上一点, $AC < CB$, M, N 分别是 AB 和 CB 的中点, $AC = 8, NB = 5$, 求线段 MN 的长.



分析: 解决此类问题的关键是弄清楚各条线段之间的和差倍分关系.

例 3 已知线段 $AB = 6 \text{ cm}$, 回答下面的问题:

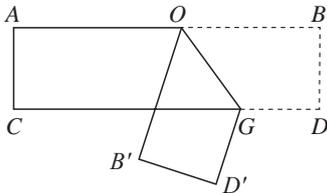
(1) 是否存在点 C , 使它到 A, B 两点的距离之和等于 5 cm ? 为什么?

(2) 是否存在点 C , 使它到 A, B 两点的距离之和等于 6 cm ? 如果点 C 存在, 点 C 的位置应该在哪里? 为什么? 这样的点 C 有多少个?

(3) 是否存在点 C , 使它到 A, B 两点的距离之和大于 6 cm ? 如果点 C 存在, 点 C 的位置应该在哪里? 为什么? 这样的点 C 有多少个?

分析: 因为两点之间线段最短, 所以不存在到 A, B 两点的距离之和小于 6 cm 的点; 线段 AB 上的任何一点到 A, B 两点的距离之和都等于 6 cm , 所以到 A, B 两点的距离之和等于 6 cm 的点有无数个; 线段 AB 外的任何一点到 A, B 两点的距离之和都大于 6 cm , 所以到 A, B 两点的距离之和大于 6 cm 的点有无数个.

例 4 把一张长方形的纸按如下图所示的方式折叠后, B, D 两点落在 B', D' 点处, 若 $\angle AOB' = 70^\circ$, 则 $\angle B'OG$ 的度数为_____.

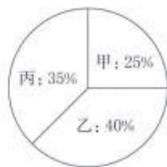


分析: 解决这类问题的关键是分析出操作前后图形之间的相互关系. 在本问题中, 折叠过程出现了一条角平分线, 即 OG 平分 $\angle B'OB$, 所以 $\angle B'OG = \angle BOG$, 而 $\angle B'OB + \angle AOB' = 180^\circ$. 找出上述关系后就可以求出 $\angle B'OG$ 的度数了.

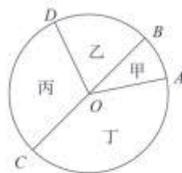
复习题

- 略.
- 两点之间, 线段最短.
- (1) 当 $\angle DBA$ 是锐角时;
(2) 当 $\angle DBA$ 是钝角时;
(3) 当 $\angle DBA$ 是直角时.
- $\angle EFC = 45^\circ$, $\angle CED = 60^\circ$,
 $\angle AFC = 135^\circ$.
- 甲 90° , 乙 144° , 丙 126° .
- 甲 36° , 乙 72° , 丙 108° ,
丁 144° .
- 两点确定一条直线.
- 正方形.
- 四边形对角线的交点.
理由: 两点之间, 线段最短.

5. 如图, 分别求出甲、乙、丙三个扇形的圆心角的度数.



(第5题)



(第6题)

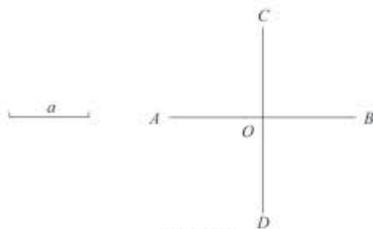
6. 如图, 甲、乙、丙、丁四个扇形的面积之比为 $1:2:3:4$, 分别求出它们圆心角的度数.

数学理解

7. 建筑工人砌墙时, 经常先在两端立桩拉线, 然后沿着线砌墙, 你能说出这是什么道理吗?

问题解决

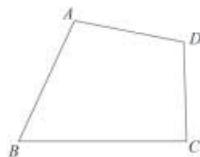
8. 如图, 已知线段 a , 直线 AB 与直线 CD 相交于点 O , 利用尺规按下列要求作图:
- 分别在射线 OA, OB, OC, OD 上作线段 OA', OB', OC', OD' , 使它们都与线段 a 相等;
 - 连接 $A'C', C'B', B'D', D'A'$.
- 你得到了一个怎样的图形? 与同伴进行交流.



(第8题)

联系拓广

※9. 如图, 在任意四边形 $ABCD$ 内找一点 O , 使它到四边形四个顶点的距离之和最小, 并说说你的理由.



(第9题)

附录 典型案例评析

线段、射线、直线

设计：湖北省宜昌市长江中学 程燕云

评析：湖北省宜昌市教研中心 陈作民

一、学情分析

学生在小学阶段结合生活中的实例对线段、射线、直线已经有了感性的认识，但是对线段、射线、直线的概念及相关性质缺乏较为系统的、深刻的、抽象化的理解。而六年级学生的数学思考能力、抽象思维能力以及使用数学语言、符号表达思维对象和思维结果的能力还未达到一定的水平，事实上，这些也是我们希望让学生在在学习活动中能够得到发展的方面。因此，我们根据学生熟知的生活经验和小学已有的数学知识经验选择教学素材，而设计的学习活动则指向促进学生在相关知识和能力方面的发展。

二、任务分析

线和角是最基本的元素，教科书力图让学生通过对生活中数学现象的观察，抽象出这些基本的几何元素，进行比较。从生活中抽象出直线的概念很难，我们所接触到的图形几乎都是线段，因此教科书是从介绍线段开始，根据延伸性引出射线、直线。

整节课的设计思路是：首先从实际背景出发，进行数学思考；再从数学角度分析对象，获得概念；然后通过探究性质、应用性质加深对内容的理解；最后将新的知识融入到学生的认知结构中去。体现的学习过程是：情境—探究—概念生成—知识内涵—应用—知识内化。

三、教学目标

1. 让学生在现实情境中进一步理解线段、射线、直线，并会用不同的方式表示；通过操作活动，了解“两点确定一条直线”的几何事实，能够在现实情境中运用相关性质。
2. 让学生经历从现实事物到抽象概念的“数学化”过程，积累数学活动经验。
3. 通过从事观察、比较、概括等活动，发展学生的抽象思维能力和有条理的数学表达能力。

四、教学重点

通过从事观察、比较、概括等活动，发展学生的抽象思维能力和有条理的数学表达能力。

五、教学过程

【第一环节】创设情境，理解概念

1. 师生活动

(1) 创设情境. 教师展示生活中丰富的图片（大桥的造型、笔直的道路、射灯灯光、铁轨、喷泉的水柱等），学生带着教师提出的问题观察图片。

(2) 提出问题. 请同学们找找图片中的什么物体和物体的哪个部分给我们以“线”的形象？

(3) 分析归纳. ① 学生活动：找出各种不同的可以抽象出来的线条. ② 教师显示抽象出的各种线条，并引导学生将找到的线条进行分类（曲的线、直的线）。引出课题：线段、射线、直线. ③ 学生根据已有的知识和经验描述三种线的特征，教师加以总结。

(4) 巩固概念. 举例说明生活中哪些物体可以近似地看成线段、射线、直线. 学生代表在全班交流，师生共同评议。

2. 设计目的

(1) 用生活中大量的图片引入话题，能够更好地激发学生的兴趣，增强他们的探索欲望。

(2) 通过问题的设计引导学生从形象的实物中抽象出数学中的“线”，开始进行“数学化”——逐渐接近“线”的概念；

(3) 分析归纳是真正的“数学化”过程，也是发展学生相应能力的机会。

(4) 巩固概念活动就是典型的抽象活动——形成概念。

3. 活动预期

(1) 激发学生的兴趣，在短时间里集中学生的注意力，形成较高的课堂关注。

(2) 学生充分感悟射线和直线的“无限延伸”。

(3) 经历抽象过程，学生对线段、射线、直线能有较为理性的理解。

【第二环节】再探联系，数学表示

1. 师生活动

(1) 实践操作. 学生分组各画一条线，并向同伴解释你画的是一条什么线. 教师安排学生在黑板上画线。

(2) 发现问题. 画完线后，教师引导学生叙述时发现：不用符号表示图形带来很大的不方便，从而引出问题：如何表示三种线？

(3) 比较归纳. 学生以小组为单位从不同的角度比较线段、射线、直线的异同，同时完成表格的填写。

名称	图形	表示	延伸情况	端点个数	可否度量
线段					
射线					
直线					

2. 设计目的

- (1) 通过实践操作让学生真正体现“做数学”的过程，在做的过程中进一步理解概念。
- (2) 使学生在交流过程中发现问题，从而使概念的数学表示成为了必然。
- (3) 通过比较归纳发展学生的数学表达能力、归纳与概括能力等。

3. 活动预期

- (1) 学生通过画图、交流等一系列活动可以加深对线段、射线、直线概念的理解。
- (2) 学生在交流过程中会出现表述不清的问题，这正是我们教学中所期望产生的“冲突”。
- (3) 通过完成表格，让学生全面认识线段、射线、直线。学生在用字母表示三种线的时候会出现许多的问题，如用两个小写字母表示，用一个大写字母和一个小写字母表示等。

【第三环节】探究性质，回归生活

1. 师生活动

(1) 情境设置. 请用最少的钉子将一根细木条固定在木板上，该用几个钉子？（教师提供相关的实物供学生操作）先让学生猜想，再由学生代表演示自己的猜想（在木板上钉钉子），并由其他组的学生检验是否符合要求。

(2) 引出问题. 上述现象说明了一个怎样的事实？学生描述从活动中发现的一个数学事实. 在教师引导的基础上得出结论：两点确定一条直线。

(3) 抽象验证. 将上述操作进行抽象，得出下面的问题：分别经过平面上的一点、两点画直线，看看各能画多少条？学生独自画图后交流得到结论：两点确定一条直线，即经过两点有且只有一条直线。

(4) 应用举例. 学生分组活动：分组找找生活中应用这一数学事实的例子. 先小组交流，然后学生代表在全班交流. 教师和学生共同对列举的实例进行评价。

2. 设计目的

- (1) 设置情境就是让学生经历“做数学”的过程，也是让学生经历从具体到抽象的过程。
- (2) 设置该问题就是引导学生进行数学抽象——逐渐接近直线的性质。
- (3) 使学生在归纳交流过程中理解直线的性质。
- (4) 应用举例是让学生认识到数学与生活的联系，体验到“数学存在于我们的生活中”“生活中处处有数学”。

3. 活动预期

(1) 希望学生在这—活动过程中，暴露出其真实的思维层次和方式. 如认为只订一个钉子就能固定木条或将两个钉子钉在木条的两端等。

(2) 在教师的引导下，学生先用自己的语言描述事实，交流后能归纳出较准确的表述。

(3) 大多数学生能列举生活中常见的利用这一性质的实例。

【第四环节】内化知识，拓展升华

1. 师生活动

(1) 作业与探究. 过平面上的三个点画直线可以画多少条？过平面上的四个点呢？

(2) 反思与小结. 谈谈本节课的收获, 学生自由发言.

(3) 欣赏与创造. 欣赏: 展示由线段构成的美丽图案; 问题: 图片中的图案含有曲线吗? 思考: 能否利用线段设计出美丽的图案?

2. 设计目的

(1) 作业与探究旨在巩固概念的同时, 渗透分类的数学思想.

(2) 在反思总结过程中进行数学知识的梳理及思维方法的建构.

(3) 图案设计活动是让学生感受用最基本的元素、最简单的关系, 可以进行全新的创造.

3. 活动预期

(1) 会有一部分学生想不到分类考虑问题, 这就需要教师的引导和点拨.

(2) 在梳理本节课知识结构的同时, 学生会体会到探究问题的基本方法, 如观察、类比、抽象、归纳等.

(3) 学生会感受到数学知识的“有用性”.

六、案例评析

这节课很好地实现了让学生经历从现实事物到抽象概念的“数学化”过程, 积累数学活动经验的的教学目标. 学生在画图操作中发现, 再大的纸也无法画出所想象的图形全部, 让学生从“画不完”的现象中, 再次体验到射线的“无限性”的本质, 同时也揭示出“想象”与“图例表达”之间的矛盾. 在师生互动中, 让学生理解和接受一种数学规定(用一种有限性的射线, 体现无限和有限的辩证关系), 把纯抽象概念与表示抽象概念的图例建立联系, 使学生清晰认识到射线的图例与射线概念之间既有区别又有联系, 适时降低了图例的有限性对射线本质(无限性)的负面影响.

在课堂上给学生提供了可现场操作的纸板、纸条和图钉, 用实验来验证学生的猜想. 首先是选择一个钉子, 发现不能固定木条(可随意转动), 然后增加一个钉子进行验证, 得出直线的性质. 在此基础上, 引导学生将此现象“数学化”, 就是过点画线, 体现了做数学的过程.

加强个人、小组、全体学生、师生之间的彼此交流, 可以说是这节概念课教学的又一亮点, 彼此之间交流产生的不同观点的碰撞是教学的宝贵素材, 教师如果能很巧妙地利用这些信息, 将会使学生更容易理解和接受相关的数学知识. 在课后学生们说: 这节课是通过自己的实践探索得出结论的, 而不是老师硬地讲解; 老师讲的不多, 将我们分成四人小组, 加强同学之间的交流合作, 不但能使我们较快地探索出结论, 而且我们知道了要怎样才能和组内成员很好地合作, 增强了同学间的凝聚力; 老师让我们在动手动脑中学数学, 在动手中感悟数学, 我们可以自由发表意见……

这节课的设计给我们的感觉是学生的数学活动过程经历了一个循环的过程: 从生活到数学再到生活. 这样的过程对于激发学生的学习积极性, 提高他们的研究能力、应用能力, 甚至进一步理解数学的价值, 都很有好处.

第六章 整式的乘除

一、《标准》要求

1. 借助现实情境了解代数式，进一步理解用字母表示数的意义.
2. 能分析具体问题中的简单数量关系，并用代数式表示.
3. 会求代数式的值；能根据特定的问题查阅资料，找到所需要的公式，并会代入具体的值进行计算.
4. 了解整数指数幂的意义和基本性质；会用科学记数法表示数（包括在计算器上表示）.
5. 理解整式的概念，掌握合并同类项和去括号的法则，能进行简单的整式加法和减法运算；能进行简单的整式乘法运算（其中多项式相乘仅指一次式之间以及一次式与二次式相乘）.
6. 能推导乘法公式： $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ ， $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ ，了解公式的几何背景，并能利用公式进行简单计算.

二、教学目标

1. 经历探索整式乘、除运算法则的过程，理解整式乘、除运算的算理，积累数学活动经验.
2. 了解整数指数幂的意义和整数指数幂的运算性质，会进行简单的整式乘、除运算（整式的除法只要求到整式除以单项式且结果是整式）.
3. 进一步用科学记数法表示小于1的正数（包括在计算器上表示），能用生活中的实例体会这些数的意义，发展数感.
4. 能推导乘法公式： $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ ， $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ ，并能利用公式进行简单计算；了解公式的几何背景，发展几何直观.
5. 进一步学习用类比、归纳、转化等方法进行思考与运算，发展运算能力，并进一步体会字母表示数的意义，发展符号意识.
6. 在整式乘、除的学习过程中，发展勇于探究、质疑及合作交流的精神.

三、设计思路

在六年级上册，我们已经学习了整式的加、减运算，在这个过程中，初步体会了代数式运算在解决“具有一般性”的问题中的作用. 本章开始学习整式的乘、除运算，也将进一步体会整式运算的意义.

为学习整式的乘、除运算，需要首先学习同底数幂的乘法、幂的乘方与积的乘方以及

同底数幂的除法运算，即前 3 节的内容。教科书在这里的处理方法，总的来说是类比数的运算，从数的运算开始，通过观察和进一步体会、运用幂的意义，最终得到以字母为底数的幂的运算法则。教科书还在得到这些运算法则的过程中，通过创设情境问题、穿插应用问题等，使学生从不同角度体会这些运算引入的意义，同时避免单纯代数式运算或许给学习带来的枯燥感。

本章还引入了零指数幂和负整数指数幂的意义，并明确指出它们是规定的，教科书所设计的猜想的过程，实际上是用来体会规定的合理性。由于负整数指数幂的引入，这里偶尔会有分式形式出现，但它是作为同底数幂除法的一个自然延续，并不是作为知识点出现，在八年级上册，我们有专门的章节研究分式的问题。

在探究整式乘法法则（包括乘法公式）的过程中，即第 5~7 节中，教科书特别注重借助几何图形理解法则，同时进一步强调代数式运算在解决“具有一般性”的问题中的作用，进一步发展学生的符号意识。

本章“科学记数法”一课时，是用科学记数法表示小于 1 的正数，是六年级上册内容的延续。教科书在此还安排了让学生体会“较小数”的活动，把数的表示和具体数的实际意义结合起来，进一步发展学生的数感。

本章第 8 节，整式的除法运算用整式乘法的“逆运算”引入的。另外特别要注意的是，本章只涉及整式除以单项式结果仍为整式的除法。

这样，本章内容的设计注重代数推理与几何直观两个方面的结合，注重学生对算理的理解和运算能力的提高，注重学生数感、符号意识的发展，希望为后续分式、方程、函数等内容的学习奠定坚实的基础。

四、课时安排建议

1 同底数幂的乘法	1课时
2 幂的乘方与积的乘方	2课时
3 同底数幂的除法	1课时
4 零指数幂与负整数指数幂	3课时
5 整式的乘法	4课时
6 平方差公式	2课时
7 完全平方公式	2课时
8 整式的除法	2课时
回顾与思考	2课时

五、教学建议

1. 本章的主要内容是进行字母运算，教学中应充分类比数的运算，使学生经历特殊到一般的过程。

如在推导字母为底的幂运算时，类比数的幂运算的方法，一方面使学生感受知识的一

致性、联贯性，顺利地由数运算过渡到字母运算，另一方面也可以进一步体会字母运算所代表的一般性。

2. 本章内容包括极好的发展学生几何直观的素材，应重视将代数推理与几何直观结合起来。

如在推导整式运算法则（包括乘法公式）时，在代数推理的前或后，应利用几何直观作为辅助手段进行解释、验证。几何直观可以帮助学生理解和记忆代数结论的意义和结构，因为它具体、直观，从而使得代数结论变得看得见、摸得着、易掌握，因此几何直观在抽象的代数学习中，经常起着脚手架的作用。

3. 注重对运算法则的探索过程以及对算理的理解，发展有条理的思考与表达。

教科书为学生探索运算法则提供了较为丰富的素材，教学中不要简单地要求学生记忆各种运算法则，而要关注学生对法则的探索过程。同时，要重视学生对算理的理解，让学生尝试说出每一步运算的道理，有意识地培养他们有条理的思考 and 语言表达能力。如单项式乘多项式的法则依据的是乘法分配律，利用面积相等只是一种直观解释等。

4. 注重在代数学习中发展学生的推理能力。

也许有人认为平面几何对发展学生逻辑推理能力有着重要作用，因此它就是培养学生推理能力的主要载体。事实上，逻辑推理只是推理中的一个方面，数学学习和研究还包括观察、实验、归纳、类比等合情推理的另一面；即使是逻辑推理能力的培养，也不应局限于平面几何，甚至并不局限于数学学科。总之，数学学习的各个领域，包括数与代数、图形与几何、统计与概率等，都应该对全面发展学生的推理能力起到应有的作用。

代数对培养学生推理能力的作用可以体现在两个方面：一是在用符号表示数量关系或变化规律之前，我们需要对事物之间的数量关系或变化规律进行分析、归纳与概括，发现隐含在其中的量与量之间的关系，并将这个关系用符号一般性地表示出来，在这个过程中需要学生经历观察、归纳等探索过程；二是运用符号间的运算证明猜想或解决问题，在这个过程中培养了学生的逻辑推理能力。

教学中，教师应有意识地培养学生的推理能力，鼓励学生通过合情推理进行大胆推测，利用符号间的运算验证猜想或解决问题，同时鼓励学生有条理地表达自己的思考过程。例如，在对教科书第46页“想一想”的讨论中，教师应鼓励学生经历根据特例进行归纳、建立猜想、用符号表示并给出证明这一重要的获得数字结论的过程。这个过程包括了问题的符号表示和依据法则进行符号运算两个方面，运算的结果 $(a+1)(a-1) = a^2 - 1$ 构成了对所得猜想的证明。

5. 注重发展学生的运算能力，但又要避免繁杂的运算。

符号运算对于数学来说是必不可少的，基本运算技能是学生学习本章内容的一个重要目标。因此，教学中必须要适当地、分阶段地提供一些必要的训练，使学生能准确地进行基本的符号运算，并能明白每一步的算理。

教学中要避免过多、烦琐的运算，这一方面是因为计算机的介入使得一些繁杂的运算没有必要了，更重要的是绝大多数的学生在今后的生活、学习和工作中并不需要繁杂的运

算，而对它的学习却要花费学生相当多的时间和精力，甚至会影响他们学习数学的兴趣和信心。

建议在教学中，若需要补充习题，请多在数学理解、问题解决、联系拓广方面多下功夫。

六、评价建议

1. 关注学生合情推理能力的发展。

如关注学生能否利用类比的方法，从数的运算归纳总结出字母运算的法则。

2. 关注学生能否运用几何直观帮助猜想，以及用几何直观对代数结论进行解释。

可以鼓励学生用自己的方法进行表示，并向同伴进行说明与互评。

3. 关注学生对基础知识的掌握和基本运算能力的发展，关注学生是否理解算理，如从幂的意义推导出幂运算的法则，或运用幂运算的法则及乘法运算律，推导出整式乘法的法则等，并关注学生能否有条理地进行说理及逻辑推理能力的发展。

对知识技能的评价应当更多地关注对其本身意义的理解 and 在新情境中的应用，而不仅仅是记忆和使用的熟练程度。可以安排一些探索规律并运用运算验证规律的题目，或是一些解决实际问题的题目，以评价学生对运算法则的理解和应用。

评价学生的运算技能时，要遵循教科书的基本要求，避免繁杂的运算。同时要注意学生基本运算技能的掌握不是一朝一夕就可以完成的，因此不应试图在一节课后就要求全体学生达到本章的要求。

代数知识的学习应“淡化形式、注重实质”，避免“背黑体字”和“抠字眼”。评价时一定要避免出现“ $\frac{x+1}{2}$ 是单项式还是多项式”等类似的问题，而将重点放在对有关内容的理解上。

特别建议在评价中关注学生在解决“数学理解、问题解决、联系拓广”栏目习题时的思维过程。

4. 关注学生是否能在运算过程中逐渐形成个性化的方法，鼓励方法的多样性。

建议充分利用小组学习的方式，使学生能够互相启发、互相评价，并交流能够准确运算的方法和体会，以便逐渐形成个性化的方法。

第六章 整式的乘除

前面我们学习了整式的加减，你一定想知道整式的乘除该如何进行吧！这正是本章要研究的主要问题。

伴随着整式乘除的学习，你还将会遇到一些“天文数字”和“纳米数字”的问题。如，光在真空中的速度大约是 3×10^8 km/s，比邻星发出的光到达地球大约需要 4.22 年，它距离地球有多远？

还如，一根头发丝的直径大约有多少纳米？

在本章的学习中，你还能进一步感受几何直观的作用，如用下面的图形竟能表示重要的乘法公式！



3×10^5 km/s

学习目标

- 能够进行幂的运算及简单的整式乘、除运算
- 能推导乘法公式，了解公式的几何背景，并能利用公式进行简单运算
- 进一步会用类比、归纳、转化等方法进行思考与运算

主题图的目的是使学生了解本章的学习内容，并通过一些有趣的问题激发学生的学习兴趣。

教学目标

1. 经历探索同底数幂乘法运算法则的过程, 进一步体会幂运算的意义及类比、归纳等方法的作用, 发展运算能力和有条理的表达能力.

2. 了解同底数幂乘法的运算性质, 并能解决一些实际问题.

同底数幂的运算是本章学习整式乘、除运算的基础. 本节课首先解决 $a^m \cdot a^n$ 问题.

[1] 教科书从天文中的有趣问题引入同底数幂的乘法运算, 学生在探索这个问题的过程中, 将自然地体会同底数幂运算的必要性, 了解数学与其他学科的联系. 问题提出后, 建议这里首先解决 $10^5 \times 10^7$ 的问题, 比邻星到地球的距离问题留在随堂练习解决. 教师也可以视教学情况自主处理.

据国际心理学的有关测试及我们的调查, 不少学生将幂

的意义(几个相同数的乘法)与乘法的意义(几个相同数的加法)混淆, 出现 $a + a + a = a^3$ 等错误, 教师要注意提醒, 让学生自己不断回顾幂的意义以纠正错误的认识.

做一做

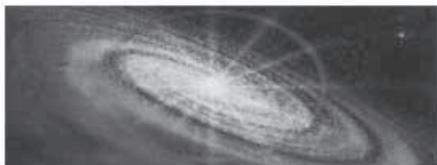
本栏目两个题目设置的目的是: 通过特殊过渡到一般, 让学生自己发现同底数幂乘法的运算性质, 并在发现的过程中不断巩固幂的意义.

根据幂的意义, 学生可以独立解决此问题. 在此过程中, 教师要注意了解学生对幂的意义的理解程度, 要求学生说明每一步的理由. 同时, 注意引导学生观察计算前后底数和指数的关系, 并运用自己的语言加以描述.

1 同底数幂的乘法

光在真空中的速度大约是 3×10^5 km/s, 太阳系以外距离地球最近的恒星是比邻星, 它发出的光到达地球大约需要 4.22 年.

一年以 3.15×10^7 s 计算, 比邻星与地球的距离约为多少千米? [1]



$$\begin{aligned} & 3 \times 10^5 \times 3.15 \times 10^7 \times 4.22 \\ &= 39.879 \times (10^5 \times 10^7) \\ & 10^5 \times 10^7 \text{ 等于多少呢?} \end{aligned}$$

做一做

1. 计算下列各式:

(1) $10^2 \times 10^3$;

(2) $10^5 \times 10^6$;

(3) $10^m \times 10^n$ (m, n 都是正整数).

你发现了什么?

2. $2^m \times 2^n$ 等于多少? $(\frac{1}{7})^m \times (\frac{1}{7})^n$ 和 $(-3)^m \times (-3)^n$ 呢? (m, n 都是正整数)

议一议

如果 m, n 都是正整数, 那么 $a^m \cdot a^n$ 等于什么? 为什么?

$$\begin{aligned} a^m \cdot a^n &= (\underbrace{a \cdot a \cdots a}_{m \text{ 个 } a}) \cdot (\underbrace{a \cdot a \cdots a}_{n \text{ 个 } a}) \\ &= \underbrace{a \cdot a \cdots a}_{(m+n) \text{ 个 } a} \\ &= a^{m+n}. \end{aligned}$$

$$1. (1) 10^2 \times 10^3$$

$$= (10 \times 10) \times (10 \times 10 \times 10)$$

$$= 10^5$$

$$= 10^{2+3};$$

$$(2) 10^5 \times 10^8$$

$$= \underbrace{(10 \times 10 \times \cdots \times 10)}_{5 \text{ 个 } 10} \times \underbrace{(10 \times 10 \times \cdots \times 10)}_{8 \text{ 个 } 10} = 10^{13} = 10^{5+8};$$

$$(3) 10^m \times 10^n$$

$$= \underbrace{(10 \times 10 \times \cdots \times 10)}_{m \text{ 个 } 10} \times \underbrace{(10 \times 10 \times \cdots \times 10)}_{n \text{ 个 } 10} = 10^{m+n}.$$

$$2. 2^m \times 2^n = \underbrace{(2 \times 2 \times \cdots \times 2)}_{m \text{ 个 } 2} \times \underbrace{(2 \times 2 \times \cdots \times 2)}_{n \text{ 个 } 2} = 2^{m+n};$$

$$\left(\frac{1}{7}\right)^m \times \left(\frac{1}{7}\right)^n$$

$$= \underbrace{\left(\frac{1}{7} \times \frac{1}{7} \times \cdots \times \frac{1}{7}\right)}_{m \text{ 个 } \frac{1}{7}} \times \underbrace{\left(\frac{1}{7} \times \frac{1}{7} \times \cdots \times \frac{1}{7}\right)}_{n \text{ 个 } \frac{1}{7}} = \left(\frac{1}{7}\right)^{m+n}.$$

$$3. (-3)^m \times (-3)^n = \underbrace{[(-3) \times (-3) \times \cdots \times (-3)]}_{m \text{ 个 } (-3)} \times \underbrace{[(-3) \times (-3) \times \cdots \times (-3)]}_{n \text{ 个 } (-3)}$$

$$= (-3)^{m+n}.$$

在教学时，教师还可以让学生自己举其他幂运算的例子，展开讨论并进行归纳。

议一议

学生在“做一做”的讨论中已经发现了 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ (m, n 是正整数)这个结论，这里要求学生从幂的意义加以说明。

这里注意引导学生体会代数说理的方法：用字母进行表示和进行字母运算。

[1] 这个性质在数学上是非常重要的，它体现了幂函数的本质特征（即 $f(m) \cdot f(n) = f(m+n)$ ），教师要认识到这一点，但无需让学生了解。

教师可以鼓励学生自己发现这个性质的特点（如底数和指数发生了什么变化），并运用自己的语言进行描述。同时可以再次让学生回顾这一性质的得来过程，进一步体会幂的意义。

“做一做”和“议一议”的安排，是使学生通过对特例的考察，归纳同底数幂乘法的运算性质，并运用幂的意义进行说明。同时发展了学生的推理能力（归纳、符号演算）和有条件的表达能力。

例 1 对于初学者，建议运算过程尽量详细。

想一想

目的是使学生熟悉同底数

幂的乘法性质、幂的意义和乘法运算律等内容，教师不宜再增加项数（如计算 $a^m \cdot a^n \cdot a^p \cdot a^q$ 等形式的题目），注意控制运算的繁难程度。

教学中要鼓励学生自主探究，提倡算法的多样化。学生的算法可能有以下几种：

$$\begin{aligned} 1. & a^m \cdot a^n \cdot a^p \\ &= (a^m \cdot a^n) \cdot a^p \\ &= a^{m+n} \cdot a^p \\ &= a^{m+n+p}; \\ 2. & a^m \cdot a^n \cdot a^p \\ &= a^m \cdot (a^n \cdot a^p) \\ &= a^m \cdot a^{n+p} \\ &= a^{m+n+p}; \end{aligned}$$

即

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad (m, n \text{ 都是正整数}^{\text{①}}), [1]$$

同底数幂相乘，底数不变，指数相加。

例 1 计算：

$$(1) (-3)^7 \times (-3)^6; \quad (2) \left(\frac{1}{10}\right)^3 \times \left(\frac{1}{10}\right);$$

$$(3) -x^3 \cdot x^5; \quad (4) b^{2m} \cdot b^{2m+1}.$$

解：(1) $(-3)^7 \times (-3)^6 = (-3)^{7+6} = (-3)^{13}$;

(2) $\left(\frac{1}{10}\right)^3 \times \left(\frac{1}{10}\right) = \left(\frac{1}{10}\right)^{3+1} = \left(\frac{1}{10}\right)^4$;

(3) $-x^3 \cdot x^5 = -x^{3+5} = -x^8$;

(4) $b^{2m} \cdot b^{2m+1} = b^{2m+2m+1} = b^{4m+1}$.

想一想

$a^m \cdot a^n \cdot a^p$ 等于什么？

例 2 光在真空中的速度约为 3×10^5 km/s，太阳光照射到地球上大约需要 5×10^2 s。地球距离太阳大约有多远？

解： $3 \times 10^5 \times 5 \times 10^2$

$$= 15 \times 10^7$$

$$= 1.5 \times 10^8 \text{ (km)}.$$

地球距离太阳大约有 1.5×10^8 km。

随堂练习

1. 计算：

(1) $5^2 \times 5^7$;

(2) $7 \times 7^3 \times 7^2$;

(3) $-x^2 \cdot x^3$;

(4) $(-c)^3 \cdot (-c)^m$.

① 本章中，如果没有特别说明，幂的指数中的字母都是正整数。

$$\begin{aligned} 3. & a^m \cdot a^n \cdot a^p \\ &= \underbrace{(a \cdot a \cdot \cdots \cdot a)}_{m \text{ 个 } a} \cdot \underbrace{(a \cdot a \cdot \cdots \cdot a)}_{n \text{ 个 } a} \cdot \underbrace{(a \cdot a \cdot \cdots \cdot a)}_{p \text{ 个 } a} \\ &= a^{m+n+p}. \end{aligned}$$

学生的方法只要正确，教师都要鼓励，并组织全班进行交流。教师还应要求学生说明每一步计算的理由。

例 2 设置例 2 有两个目的：一是运用同底数幂的运算性质解决一些实际问题；二是进一步让学生感受大数，发展数感。

随堂练习

- (1) 5^9 ;
- (2) 7^6 ;
- (3) $-x^5$;
- (4) $(-c)^{3+m}$.

2. 2×10^{12} .
3. 3.9879×10^{13} km.

习题 6.1

1. (1) c^{12} ;
(2) 10^7 ;
(3) $(-b)^5$;
(4) $-b^5$;
(5) x^{2m} ;
(6) a^{4+n} .
2. 16.
3. 教师可以要求学生用自己的语言说明错误的原因.
- (1) 错误. 应该为 $a^3 \cdot a^2 = a^5$;
(2) 错误. 应该为 $b^4 \cdot b^4 = b^8$;
(3) 错误. 应该为 $x^5 + x^5 = 2x^5$;
(4) 正确.
4. $1.3 \times 10^8 \times 9.6 \times 10^6$
 $= 1.248 \times 10^{15}$ (kg).
5. (1) 2^5 个;
(2) 2^{5+t} 个.

习题 6.1

知识技能

1. 计算:

- (1) $c \cdot c^{13}$; (2) $10^4 \times 10^2 \times 10$;
(3) $(-b)^3 \cdot (-b)^2$; (4) $-b^3 \cdot b^3$;
(5) $x^{m-1} \cdot x^{m+1}$ ($m > 1$); (6) $a \cdot a^3 \cdot a^6$.

2. 已知 $a^m = 2$, $a^n = 8$, 求 a^{m+n} 的值.

数学理解

3. 下面的计算是否正确? 如有错误请改正.

- (1) $a^3 \cdot a^2 = a^6$; (2) $b^4 \cdot b^4 = 2b^4$;
(3) $x^5 + x^5 = x^{10}$; (4) $y^7 \cdot y = y^8$.

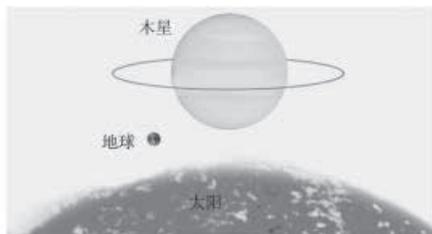
问题解决

4. 在我国, 平均每平方千米的土地一年从太阳得到的能量, 相当于燃烧 1.3×10^8 kg 的煤所产生的能量. 我国陆地约 9.60×10^6 km² 的土地上, 一年从太阳得到的能量相当于燃烧多少千克的煤所产生的能量? (结果用科学记数法表示)
5. 某种细菌每分钟由 1 个分裂成 2 个.
- (1) 经过 5 min, 1 个细菌分裂成多少个?
(2) 这些细菌继续分裂, 再经过 t min 共分裂成多少个?

在学生进行同底数幂的乘法运算时, 教师要注意发现一些可能出现的错误, 如对幂的意义的理解, 在指数相加时忽略指数 1, 并要求学生通过自己反思做题的过程加以改正.

2 幂的乘方与积的乘方

地球、木星、太阳可以近似地看做是球体. 木星、太阳的半径分别约是地球的 10 倍和 10^2 倍, 它们的体积分别约是地球的多少倍? [1]



球的体积公式是
 $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, 其中 V 是
 体积, r 是球的半径.

木星的半径是地球的 10 倍, 它的体积是地球的 10^3 倍!
 太阳的半径是地球的 10^2 倍, 它的体积是地球的 $(10^2)^3$ 倍!
 那么, 你知道 $(10^2)^3$ 等于多少吗?

做一做

计算下列各式, 并说明理由:

(1) $(6^2)^4$; (2) $(a^2)^3$; (3) $(a^m)^2$.

你会计算 $(a^m)^n$ 吗? 由此你能得到什么结论? [2]

$$\begin{aligned} (a^m)^n &= \overbrace{a^m \cdot a^m \cdot \cdots \cdot a^m}^{n \text{ 个 } a^m} \\ &= \overbrace{a^{m+m+\cdots+m}}^{n \text{ 个 } m} \\ &= a^{mn}. \end{aligned}$$

即

$$(a^m)^n = a^{mn} \quad (m, n \text{ 都是正整数}).$$

幂的乘方, 底数不变, 指数相乘.

做一做

“做一做”的目的, 是使学生通过对特例的考察, 逐步一般化, 归纳幂的乘方的运算性质, 并运用幂的意义加以说明. 在此过程中, 学生进一步体会了幂的意义, 发展了归纳、符号演算等推理能力和有条理的表达力.

$$(1) (6^2)^4 = 6^2 \times 6^2 \times 6^2 \times 6^2 = 6^{2+2+2+2} = 6^8 = 6^{2 \times 4};$$

$$(2) (a^2)^3 = a^2 \cdot a^2 \cdot a^2 = a^{2+2+2} = a^6 = a^{2 \times 3};$$

$$(3) (a^m)^2 = a^m \cdot a^m = a^{m+m} = a^{2m} = a^{2 \times m}.$$

[2] 建议先由学生用自己的语言进行表达, 并概括出公式的一般形式, 把语言表达与代数表示结合起来.

教学目标

1. 经历探索幂的乘方与积的乘方的运算法则的过程, 进一步体会幂运算的意义及类比、归纳等方法的作用, 发展运算能力和有条理的思考和表达能力.

2. 了解幂的乘方与积的乘方的运算性质, 并能解决一些实际问题.

[1] 教科书从实际问题引入幂的乘方运算, 学生在探索这个问题的过程中, 将自然地体会幂的乘方运算的必要性, 了解数学与现实世界的联系. 问题提出后, 教师可以鼓励学生根据幂的意义, 独立得出木星、太阳的体积分别约是地球的 10^3 和 10^6 倍.

教科书通过图中木星、太阳和地球的大小, 直观地表现了体积扩大的倍数与半径扩大的倍数之间的关系. 教师可以引导学生观察这幅图, 通过比较三个球体的大小体会体积扩大的倍数比半径扩大的倍数大得多.

例 1 对于初学者，建议写出运算过程，并注意强调公式的正确运用。

《《》 随堂练习

- (1) 10^9 ;
- (2) $-a^{10}$;
- (3) x^{4^2} .

《《》 习题6.2

1. (1) $(\frac{1}{3})^6$; (2) a^8 ;
(3) $-b^{10}$; (4) y^{4n} ;
(5) b^{3n} ; (6) x^{9n} .
2. (1) $(-p)^{13}$; (2) a^{12} ;
(3) t^{2m+1} ; (4) 0.
3. 教师可以要求学生用自己的语言说明错误的原因.
(1) 错误，应该为 $(x^3)^3 = x^9$;
(2) 错误，应该为 $a^6 \cdot a^4 = a^{10}$.

例 1 计算:

- (1) $(10^2)^3$; (2) $(b^5)^5$; (3) $(a^n)^3$;
- (4) $-(x^2)^m$; (5) $(y^2)^3 \cdot y$; (6) $2(a^2)^6 - (a^3)^4$.

解: (1) $(10^2)^3 = 10^{2 \times 3} = 10^6$;
(2) $(b^5)^5 = b^{5 \times 5} = b^{25}$;
(3) $(a^n)^3 = a^{n \times 3} = a^{3n}$;
(4) $-(x^2)^m = -x^{2 \times m} = -x^{2m}$;
(5) $(y^2)^3 \cdot y = y^{2 \times 3} \cdot y = y^6 \cdot y = y^7$;
(6) $2(a^2)^6 - (a^3)^4 = 2a^{2 \times 6} - a^{3 \times 4} = 2a^{12} - a^{12} = a^{12}$.

《《》 随堂练习

计算:

- (1) $(10^3)^3$; (2) $-(a^2)^4$; (3) $(x^3)^4 \cdot x^2$.

《《》 习题 6.2

《《》 知识技能

1. 计算:

- (1) $[(\frac{1}{3})^2]^2$; (2) $(a^4)^2$; (3) $-(b^5)^2$;
- (4) $(y^2)^{2n}$; (5) $(b^6)^3$; (6) $(x^2)^{3n}$.

2. 计算:

- (1) $-p \cdot [(-p)^4]^3$; (2) $(a^2)^2 \cdot (a^3)^2$;
- (3) $(t^m)^2 \cdot t$; (4) $(x^4)^6 - (x^2)^8$.

《《》 数学理解

3. 下面的计算是否正确? 如有错误请改正.

- (1) $(x^2)^3 = x^6$; (2) $a^6 \cdot a^4 = a^{24}$.

学生进行幂的乘方运算时，可能会与同底数幂的乘法运算性质混淆，教师可以要求学生通过自己反思做题的过程加以改正，注意幂的意义和乘方的意义，而不是单纯通过记忆性质本身。

地球可以近似地看做是球体, 地球的半径约为 6×10^3 km, 它的体积大约是多少立方千米? [1]

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi \times (6 \times 10^3)^3.$$

那么 $(6 \times 10^3)^3$ 等于多少?

做一做

$$(1) (3 \times 5)^4 = 3^{\quad} \times 5^{\quad};$$

$$(2) (3 \times 5)^m = 3^{\quad} \times 5^{\quad};$$

$$(3) (ab)^n = a^{\quad} \cdot b^{\quad}.$$

你能说明理由吗?

$$\begin{aligned} (ab)^n &= \underbrace{(ab) \cdot (ab) \cdot \cdots \cdot (ab)}_{n \text{ 个 } ab} \\ &= \underbrace{(a \cdot a \cdot \cdots \cdot a)}_{n \text{ 个 } a} \cdot \underbrace{(b \cdot b \cdot \cdots \cdot b)}_{n \text{ 个 } b} \\ &= a^n b^n. \end{aligned}$$

即

$$(ab)^n = a^n b^n \quad (n \text{ 是正整数}).$$

积的乘方等于把积的每一个因式分别乘方, 再把所得的幂相乘. [2]

例 2 计算:

$$(1) (3x)^2; \quad (2) (-2b)^5; \quad (3) (-2xy)^4; \quad (4) (3a^2)^n.$$

$$\text{解: } (1) (3x)^2 = 3^2 x^2 = 9x^2;$$

$$(2) (-2b)^5 = (-2)^5 b^5 = -32b^5;$$

$$(3) (-2xy)^4 = (-2x)^4 y^4 = (-2)^4 x^4 y^4 = 16x^4 y^4;$$

$$(4) (3a^2)^n = 3^n (a^2)^n = 3^n a^{2n}.$$

$$\text{例 3 计算: } x^3 \cdot x^5 + (x^2)^4 + (-2x^4)^2.$$

例 2 学生开始练习积的乘方运算时, 不应鼓励他们直接套用公式, 而应让学生说明每一步的理由, 进一步体会乘方的意义和幂的意义. 一开始为了让学生明白算理, 可以要求学生多写几步, 如: $(3x)^2 = (3x) \cdot (3x) = (3 \times 3) \cdot (x \cdot x) = 3^2 x^2 = 9x^2$, 等学生熟悉后可省略前两步.

例 3 这是一个综合运用的例子, 要按先乘方、再乘除、后加减的顺序进行运算.

[1] 教科书仍然通过实际问题引入积的乘方运算, 使学生感受运算的意义和运算法则的重要性. 建议学生在这里先解决 $(6 \times 10^3)^3 = ?$ 的问题, 求体积的问题放在随堂练习. 教师也可以视教学情况自主处理.

做一做

学生通过“做一做”中的问题归纳出积的乘方的运算性质. 教学中应要求学生说一说每一步运算的理由.

$$(1) (3 \times 5)^4 = 3^4 \times 5^4;$$

$$(2) (3 \times 5)^m = 3^m \times 5^m;$$

$$(3) (ab)^n = a^n \cdot b^n.$$

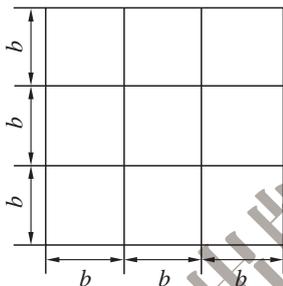
[2] 教师要鼓励学生自己发现积的乘方性质的特点, 并运用自己的语言进行描述, 如积的乘方等于每一个因数乘方的积. 教师可以再次让学生回顾这一性质的得来过程, 进一步体会幂的意义, 及自然语言与代数语言之间的转化.

《《》 随堂练习

- (1) $-27n^3$;
(2) $125x^3y^3$;
(3) $15a^3$.
- $9.05 \times 10^{11} \text{ km}^3$.

《《》 习题6.3

- (1) $9b^2$; (2) $-a^2b^2$;
(3) $-64a^6$; (4) y^6z^9 .
- (1) $x^m y^{3m}$; (2) $-p^{2n} q^n$;
(3) $2x^{2n} y^{6n}$; (4) $-55x^6$.
- (1) 错误, 结果应为 $a^4 b^{16}$;
(2) 错误, 结果应为 $9p^2 q^2$.
- 如图所示: $(3b)^2 = 9b^2$.



解: $x^3 \cdot x^5 + (x^2)^4 + (-2x^4)^2$
 $= x^8 + x^8 + 4x^8$
 $= 6x^8$.

《《》 随堂练习

- 计算:
(1) $(-3n)^3$; (2) $(5xy)^3$; (3) $-a^3 + (-4a)^2 a$.
- 解决本节一开始地球的体积问题.

《《》 习题 6.3

《《》 知识技能

- 计算:
(1) $(3b)^2$; (2) $-(ab)^2$;
(3) $(-4a^2)^3$; (4) $(y^2 z^2)^2$.
- 计算:
(1) $(xy^4)^m$; (2) $-(p^2 q)^n$;
(3) $(x^m y^{3m})^2 + (x^2 y^6)^n$; (4) $(-3x^3)^2 - [(2x)^2]^3$.

《《》 数学理解

- 下面的计算是否正确? 如有错误请改正.
(1) $(ab^4)^4 = ab^8$; (2) $(-3pq)^2 = -6p^2 q^2$.
- 请你用几何图形直观地解释 $(3b)^2 = 9b^2$.

《《》 问题解决

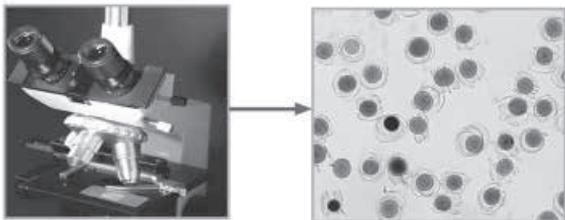
- 你能根据本节的数据计算出太阳的体积大约是多少吗?

《《》 联系拓广

- 不用计算器, 你能很快求出下列各式的结果吗?
(1) $2^2 \times 3 \times 5^2$; (2) $2^4 \times 3^2 \times 5^3$.
- $(abc)^n$ 等于什么?

- 太阳的半径约是地球半径的 10^2 倍, 那么太阳的体积约是地球体积的 $(10^2)^3 = 10^6$ 倍, 由例 3 的结果知地球的体积为 $9.05 \times 10^{11} \text{ km}^3$, 故太阳的体积 $= 9.05 \times 10^{11} \times 10^6 = 9.05 \times 10^{17} (\text{km}^3)$.
- $2^2 \times 3 \times 5^2 = (2 \times 5)^2 \times 3 = 10^2 \times 3 = 300$, $2^4 \times 3^2 \times 5^3 = (2 \times 5)^3 \times 2 \times 9 = 18\ 000$.
- $(abc)^n = a^n b^n c^n$.

3 同底数幂的除法



一种液体每升含有 10^{12} 个有害细菌. 为了试验某种杀菌剂的效果, 科学家们进行了实验, 发现 1 滴杀菌剂可以杀死 10^9 个此种细菌. 要将 1 升液体中的有害细菌全部杀死, 需要这种杀菌剂多少滴? 你是怎样计算的? ^[1]

做一做

计算下列算式:

$$10^5 \div 10^3, (-3)^4 \div (-3)^2, a^5 \div a^2 (a \neq 0).$$

对于 $10^5 \div 10^3$, 由于 10^5 除以 10^3 所得的商与 10^3 之积, 应等于 10^5 ,

$$\text{而} \quad 10^2 \times 10^3 = 10^5,$$

$$\text{所以} \quad 10^5 \div 10^3 = 10^2.$$

$$\text{另一方面,} \quad 10^{5-3} = 10^2,$$

$$\text{所以} \quad 10^5 \div 10^3 = 10^{5-3}.$$

同样地, 应有 $(-3)^4 \div (-3)^2 = (-3)^{4-2}$,

$$a^5 \div a^2 = a^{5-2}.$$

一般地, 当 $a \neq 0$, m, n 都是正整数, 且 $m > n$ 时, 由于

$$a^{m-n} \cdot a^n = a^m,$$

$$\text{(或 } 10^{12} \div 10^9 = \frac{10 \times 10 \times 10}{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10} = 1000 = 10^3 \text{)}.$$

做一做

“做一做”的目的, 是使学生通过对特例的考察, 归纳出同底数幂的除法运算性质, 并运用幂的意义加以说明. 在此过程中, 学生进一步体会了幂的意义, 发展了归纳、符号演算等推理能力和有条理的表达能力.

教学目标

1. 经历探索同底数幂除法运算法则的过程, 进一步体会幂运算的意义及类比、归纳等方法的作用, 发展运算能力和有条理的表达能力.

2. 了解同底数幂的除法的运算性质, 会进行同底数幂的除法, 并能解决一些实际问题.

^[1] 教科书从实际问题引入同底数幂的除法运算, 学生在探索这个问题的过程中, 将自然地体会同底数幂的除法运算的必要性, 了解数学与现实世界的联系. 问题提出后, 教师可以鼓励学生根据幂的意义和除法的意义, 独立得出 $10^{12} \div 10^9$ 的结果.

$$\begin{aligned} & 10^{12} \div 10^9 \\ &= (10^3 \times 10^9) \div 10^9 \\ &= 10^3 \\ &= 10^{12-9}; \end{aligned}$$

[1] 学生在“做一做”的基础上，可以总结出同底数幂的除法运算性质，并运用幂的意义加以说明：

$$\begin{aligned}
 a^m \div a^n &= \frac{\overbrace{a \cdot a \cdot \cdots \cdot a}^{m \text{ 个 } a}}{\underbrace{a \cdot a \cdot \cdots \cdot a}_n} \\
 &= \overbrace{a \cdot a \cdot \cdots \cdot a}^{(m-n) \text{ 个 } a} \\
 &= a^{m-n}.
 \end{aligned}$$

教师可以鼓励学生自己发现同底数幂的除法运算性质的特点（如底数和指数发生了什么变化），并运用自己的语言进行描述：同底数幂相除，底数不变，指数相减。教师可以再次让学生回顾这一性质的得来过程，进一步体会幂的意义。

例 学生开始练习同底数幂的除法运算时，不要鼓励他们直接套用公式，而应让学生说明每一步的理由，进一步体会乘方的意义和幂的意义。

可以得出

$$a^m \div a^n = a^{m-n} \quad (a \neq 0, m, n \text{ 都是正整数, 且 } m > n).$$

同底数幂相除，底数不变，指数相减。[1]

例 计算：

(1) $a^7 \div a^4$; (2) $(-x)^6 \div (-x)^3$;
 (3) $(xy)^4 \div (xy)$; (4) $(3x^2)^5 \div (3x^2)^3$.

解：(1) $a^7 \div a^4 = a^{7-4} = a^3$;

(2) $(-x)^6 \div (-x)^3 = (-x)^{6-3} = (-x)^3 = -x^3$;

(3) $(xy)^4 \div (xy) = (xy)^{4-1} = (xy)^3 = x^3y^3$;

(4) $(3x^2)^5 \div (3x^2)^3 = (3x^2)^{5-3} = (3x^2)^2 = 9x^4$.

随堂练习

1. 计算：

(1) $2^6 \div 2^3$; (2) $x^{10} \div x^5$; (3) $m^5 \div m$; (4) $(-b)^3 \div (-b)^1$.

2. 计算：

(1) $a^5 \cdot (\quad) = a^8$; (2) $x^2 \cdot x^5 \cdot (\quad) = x^{10}$.

习题 6.4

知识技能

1. 计算：

(1) $0.2^6 \div 0.2^4$; (2) $(-\frac{3}{2})^6 \div (-\frac{3}{2})^2$; (3) $a^{11} \div a^3$;
 (4) $(-x)^7 \div (-x)$; (5) $(-ab)^5 \div (-ab)^2$; (6) $a^{m+2} \div a^2$.

2. 若 $x^m=16$, $x^n=128$, 求 x^{2m-n} 的值.

数学理解

3. 下面的计算是否正确？如有错误请改正.

(1) $a^6 \div a = a^6$; (2) $b^6 \div b^3 = b^2$;
 (3) $a^{10} \div a^5 = a$; (4) $(-bc)^4 \div (-bc)^2 = -b^2c^2$.

① 本章中，当除式含有字母时，字母均不为 0.

随堂练习

1. (1) 2^3 ; (2) x^2 ; (3) m^4 ; (4) b^2 .
 2. (1) a^3 ; (2) x^{12} .

习题 6.4

1. (1) 0.2^2 ; (2) $(\frac{3}{2})^4$; (3) a^8 ; (4) x^6 ; (5) $-(ab)^3$; (6) a^m .
 2. 2.
 3. (1) 错误，结果应为 a^5 ; (2) 错误，结果应为 b^3 ; (3) 正确; (4) 错误，结果应为 b^2c^2 .

4 零指数幂与负整数指数幂

做一做

$$10^4 = 10\,000,$$

$$2^4 = 16,$$

$$10^3 = 1\,000,$$

$$2^3 = 8,$$

$$10^2 = 100,$$

$$2^2 = 4,$$

$$10^1 = 10,$$

$$2^1 = 2.$$

观察上面各组等式左边幂的指数，它们的变化有什么规律？猜一猜，下面等式左边幂的指数各是什么？你是怎么想的？与同伴交流。

$$10^0 = 1,$$

$$2^0 = 1,$$

$$10^{-1} = \frac{1}{10},$$

$$2^{-1} = \frac{1}{2},$$

$$10^{-2} = \frac{1}{100},$$

$$2^{-2} = \frac{1}{4},$$

$$10^{-3} = \frac{1}{1\,000},$$

$$2^{-3} = \frac{1}{8}.$$

我们规定：^[1]

$$a^0 = 1 (a \neq 0);$$

$$a^{-p} = \frac{1}{a^p} (a \neq 0, p \text{ 是正整数}).$$

一个不等于零的数，它的零次幂等于1，它的 $-p$ (p 是正整数)次幂等于这个数的 p 次幂的倒数。

议一议

某种细胞分裂时，1个细胞分裂1次变为2个，分裂2次变为4个，分裂3次变为8个……你能由此说明 $2^0=1$ 的合理性吗？

数幂的除法性质对于 $m \leq n$ 时仍然成立”来说明这一规定的合理性。例如，由于 $10^3 \div 10^3 = 1$ ，而借助同底数幂的除法可得： $10^3 \div 10^3 = 10^{3-3} = 10^0$ ，因此可以规定 $10^0 = 1$ ；由于 $1 \div 10 = \frac{1}{10}$ ，而借助同底数幂的除法可得： $1 \div 10 = 10^{0-1} = 10^{-1}$ ，因此可以规定 $10^{-1} = \frac{1}{10}$ 。当考察以2为底的幂时，也有类似的结论。

^[1]这里明确两个公式是规定的，上面的猜想过程只是体验这种规定的合理性，但经历这个过程是有意义的。

议一议

通过细胞分裂的实例，进一步体会规定的合理性。由 $2^1 = 2$ ， $2^2 = 4$ ，…从而可以知道，当细胞没有分裂时，即有 $2^0 = 1$ 。

教学目标

1. 通过对具体数的运算，使学生通过归纳，获得对零指数幂和负整数幂意义的猜想，

体会 $a^0 = 1$ ， $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$ 这一规定的合理性。

2. 熟悉零指数幂和负整数指数幂的运算法则。

3. 会用科学记数法表示小于1的正数，并能在具体情景中感受小于1的正数之间大小。

做一做

通过对具体数的运算，使学生通过归纳，获得对零指数幂和负整数指数幂意义的猜想，

同时体会 $a^0 = 1$ ， $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$ 这一规定的合理性。

通过计算和观察栏目中的两组算式，发现等式左边的幂指数每减少1，等式右边的数值就缩小为原来的 $\frac{1}{10}$ 或 $\frac{1}{2}$ ，可以猜想 $a^0 = 1$ ， $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$ 。

教师也可利用“假设同底

例 1 对于初学者，建议写出运算过程，并注意强调公式的正确运用。

随堂练习

- (1) 1; (2) 3;
(3) 1; (4) $\frac{49}{4}$;
(5) -10; (6) $-\frac{1}{64}$.

习题 6.5

1. (1) 1; (2) $\frac{1}{27}$;
(3) 0.000 013; (4) $\frac{1}{25}$.
2. 0.001 293 g/cm³.

议一议

熟悉零指数幂和负整数指数幂的运算法则，并将已学过的同底数幂除法运算法则中的 m, n 扩大到全体整数。

答案:

- (1) 7²; (2) 3⁵;
(3) 2¹⁰; (4) 64.

例 1 用小数或分数表示下列各数:

- (1) 10⁻³; (2) 7⁰ × 8⁻²; (3) 1.6 × 10⁻⁴.

解: (1) 10⁻³ = $\frac{1}{10^3} = \frac{1}{1\ 000} = 0.001$;

(2) 7⁰ × 8⁻² = 1 × $\frac{1}{8^2} = \frac{1}{64}$;

(3) 1.6 × 10⁻⁴ = 1.6 × $\frac{1}{10^4} = 1.6 \times 0.000\ 1 = 0.000\ 16$.

随堂练习

计算:

- (1) $(-\frac{2}{3})^0$; (2) $\pi^0 \times 3 \times (-2)^0$; (3) $(2 \times 10^3)^0$;
(4) $(\frac{2}{7})^{-2}$; (5) $(-0.1)^{-1}$; (6) $(-4)^{-3}$.

习题 6.5

知识技能

1. 用小数或分数表示下列各数:

- (1) $(\frac{1}{2})^0$; (2) 3⁻³;
(3) 1.3 × 10⁻⁵; (4) 5⁻².

2. 空气的密度是 1.293 × 10⁻³ g/cm³, 用小数把它表示出来.

议一议

计算下列各式，你有什么发现？与同伴交流。

- (1) 7⁻³ ÷ 7⁻⁵; (2) 3⁻¹ × 3⁶;
(3) $[(\frac{1}{2})^{-5}]^2$; (4) $(-8)^0 \div (-8)^{-2}$.

引入零指数幂和负整数指数幂后，正整数指数幂的运算性质在指数是整数时仍然适用。

例2 计算:

$$(1) a \div a^{-2}; \quad (2) (x^3)^{-3} \div x^{-7}; \quad (3) x^0 \div x^2 \cdot x^{-3}.$$

解: (1) $a \div a^{-2} = a^{1-(-2)} = a^3;$

(2) $(x^3)^{-3} \div x^{-7} = x^{3 \times (-3)} \div x^{-7} = x^{-9} \div x^{-7} = x^{-9-(-7)} = x^{-2};$

(3) $x^0 \div x^2 \cdot x^{-3} = x^{0-2+(-3)} = x^{-5}.$

例3 计算: $(5 \times 10^5) \times (2 \times 10^{-6}).$

解: $(5 \times 10^5) \times (2 \times 10^{-6})$
 $= 5 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-6}$
 $= (5 \times 2) \times (10^5 \times 10^{-6})$
 $= 10 \times 10^{-1}$
 $= 10^0$
 $= 1.$

随堂练习

计算:

$$(1) x^{12} \div x^{-4}; \quad (2) (-y)^3 \div (-y)^{-2}; \quad (3) -(k^5 \div k^{-6});$$

$$(4) (-y)^{-5} \div y^4; \quad (5) m \div m^0; \quad (6) (mn)^5 \div (mn)^6.$$

习题 6.6

知识技能

1. 计算:

$$(1) 10^8 \times 10^{-2} \div 10^3; \quad (2) (x^{-2}y)^{-3} \div (xy)^0;$$

$$(3) a^0 \div (a^3 \cdot a^5); \quad (4) (x^{-2})^{-3} \div x^0 \cdot x^{-4}.$$

联系拓广

2. 填写下表, 并观察下列两个代数式值的变化情况:

n	1	2	3	4	5	6
$\frac{10^{-3}}{n}$						
10^{-n}						

例2 指数是 0 或负数时, 与指数是正数时同样计算. 要注意符号.

例3 运算结果是 $a \times 10^n$ 时, 注意 $1 \leq a < 10$.

随堂练习

$$(1) x^{16}; \quad (2) (-y)^5;$$

$$(3) -k^{12}; \quad (4) -y^{-9};$$

$$(5) m; \quad (6) \frac{1}{mn}.$$

习题 6.6

$$1. (1) 10^3; \quad (2) x^6 y^{-3};$$

$$(3) a^{-8}; \quad (4) x^2.$$

2. (1) 随着 n 的增大, 两个代数式的值都在减小;

$$(2) 10^{-n} \text{ 先小于 } 10^{-10}.$$

本节课的设计意图是把科学记数法和体验一些较小的正数结合在一起，即把数的表示与意义结合在一起。

本节通过生活中和其他学科中的实例引入小于1的正数，体会“用科学记数法表示小于1的正数和建立对它们的感受”是必要的，更多的例子可以结合“读一读”的内容。

一开始所提两个问题的参考答案分别大约是0.000 05 m和0.000 02 m，教学中，可以让学生在学完新知后，把它们用科学记数法表示，也可以让学生描述一下它们的大小。

通过例子，给出用科学记数法表示小于1的正数的方法。教学中可以先回忆六年级上册所学内容，对照完成。

做一做

$$1.0 \times 10^{-10}, 2.9 \times 10^{-12}, 1.295 \times 10^{-9}$$

建议使学生注意并熟悉他们个人的计算器给出的表示方法，可以同学间进行交流。

议一议

本栏目的目的是发展学生的数感，建议教学中开展活动，可以让学生交流自己所知道的信息。

- 0.000 001 56 m，64万个。
- 答案不唯一，重要的是学生所经历的过程和使用的方法。

- 随着 n 的值逐渐变大，两个代数式的值如何变化？
- 估计一下，随着 n 的值逐渐变大，哪个代数式的值先小于 10^{-10} ？

你知道一粒花粉的直径是多少吗？一根头发丝的直径又是多少？无论是在生活中还是在学习中，我们都会遇到一些较小的数。例如，细胞的直径只有1微米(μm)，即0.000 001 m；某种计算机完成一次基本运算的时间约为1纳秒(ns)，即0.000 000 001 s；一个氧原子的质量0.000 000 000 000 000 000 000 026 57 kg。

用科学记数法可以很方便地表示一些绝对值较大的数，同样，用科学记数法也可以很方便地表示一些绝对值较小的数。例如，

$$0.000\ 001 = \frac{1}{10^6} = 1 \times 10^{-6},$$

$$0.000\ 000\ 001 = \frac{1}{10^9} = 1 \times 10^{-9},$$

$$0.000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 026\ 57 = 2.657 \times \frac{1}{10^{26}} = 2.657 \times 10^{-26}.$$

一般地，一个小于1的正数可以表示为 $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq a < 10$ ， n 是负整数。

做一做

用科学记数法表示下列各数：

- 0.000 000 000 1,
0.000 000 000 002 9,
0.000 000 001 295.

再看看这些数在计算器上是怎样表示的，它们相同吗？

议一议

- 人体内一种细胞的直径约为1.56 μm ，它相当于多少米？多少个这样的细胞首尾连接起来能达到1 m？与同伴交流。
- 估计1张纸的厚度大约是多少厘米。你是怎样做的？与同伴交流。

随堂练习

1. 用科学记数法表示下列各数，并在计算器上表示出来：

- (1) 0.000 000 72; (2) 0.000 861; (3) 0.000 000 000 342 5.

2. 1个电子的质量是 0.000 000 000 000 000 000 000 000 911 g，请用科学记数法表示这个数。

读一读

纳 米

纳米是一种长度单位，它用来表示微小的长度。1 纳米为 10 亿分之一米，即 10^{-9} 米，它相当于 1 根头发丝直径的六万分之一。直径为 1 纳米的球与乒乓球相比，相当于乒乓球与地球相比。

纳米技术是指在 0.1 纳米至 100 纳米范围内，通过直接操纵和安排原子、分子来创造新物质，它将对人类的未来产生深远影响。例如，采用纳米技术，可以在一块方糖大小的磁盘上存放一个国家图书馆的所有信息；应用纳米技术还可以制造出“纳米医生”，它微小到可以注入人体的血管中。

你了解更多的有关纳米技术或微小世界中的有趣问题吗？去查查资料或请教一些专家吧。

习题 6.7

知识技能

1. 用科学记数法表示下列各数，并在计算器上表示出来：

- (1) 0.007 398; (2) 0.000 022 6;
(3) 0.000 000 000 054 2; (4) 0.000 000 000 000 000 000 199 4.

问题解决

2. 一个铁原子的质量是 0.000 000 000 000 000 000 000 000 092 88 kg，请你用科学记数法把它表示出来。

随堂练习

1. (1) 7.2×10^{-7} ;
(2) 8.61×10^{-4} ;
(3) 3.425×10^{-10} .

计算器的显示，依所用计算器的不同会有所不同。学生应该熟悉计算器所呈现的结果。

2. 9.11×10^{-28} g.

习题 6.7

1. (1) 7.398×10^{-3} ;
(2) 2.26×10^{-5} ;
(3) 5.42×10^{-11} ;
(4) 1.994×10^{-22} .
2. 9.288×10^{-26} kg.

教学目标

1. 经历探索整式乘法运算法则的过程，进一步体会类比方法的作用，以及乘法分配律在整式乘法运算中的作用。

2. 能借助图形解释整式乘法的法则，发展几何直观。

3. 能进行简单的整式乘法运算（其中多项式相乘仅限一次式之间以及一次式与二次式相乘），发展运算能力。

教科书从计算画面的面积（即矩形面积）引入单项式乘单项式的运算，目的是使学生感到学习单项式乘单项式的运算是必要的，并利用面积初步得到单项式乘单项式的运算法则。教师也可以根据学生的实际情况，创设其他情境，还应鼓励学生给出自己的理由。如学生可以类比数运算，运用乘法交换律及同底数幂的运算法则得到结果，也可以利用直观观察及计算图形面积得到结果。

答案：

$$(1) (1.2x) \cdot x = 1.2(x \cdot x) = 1.2x^2, (1.2x) \cdot \left(\frac{3}{4}x\right) = \left(1.2 \times \frac{3}{4}\right) \cdot (x \cdot x) = 0.9x^2;$$

$$(2) (mx) \cdot x = m(x \cdot x) = mx^2; (mx) \cdot \left(\frac{3}{4}x\right) = \left(m \times \frac{3}{4}\right) \cdot (x \cdot x) = \frac{3}{4}mx^2.$$

想一想

(1) ① $6a^3b^4$, ② xy^3z^2 ;

(2) 在前面计算的基础上，鼓励学生自己总结单项式乘单项式的运算法则，并运用自己的语言进行描述。

5 整式的乘法

京京用两张同样大小的纸，精心制作了两幅画。如下图所示，第一幅画的画面大小与纸的大小相同，第二幅画的画面在纸的上、下方各留有 $\frac{1}{8}x$ m 的空白。



图6-1

- (1) 第一幅画的画面面积是多少平方米？第二幅呢？你是怎样做的？
- (2) 若把图中的 $1.2x$ 改为 mx ，其他不变，则两幅画的面积又该怎样表示呢？

想一想

- (1) $3a^2b \cdot 2ab^3$ 及 $xyz \cdot y^2z$ 分别等于什么？你是怎样计算的？
- (2) 如何进行单项式乘单项式的运算？

单项式与单项式相乘，把它们的系数、相同字母的幂分别相乘，其余字母连同它的指数不变，作为积的因式。^[1]

例1 计算：

$$(1) 2xy^2 \cdot \frac{1}{3}xy; \quad (2) (-2a^2b^3) \cdot (-3a);$$

$$(3) 7xy^2z \cdot (2xyz)^2.$$

^①在不引起歧义的情况下，单项式和其他单项式或多项式作运算时本身可以不加括号。

[1] 这里重要的是学生能理解运算法则及其探索过程，并能用自己的语言进行描述，不必要求学生背诵。

例 1 应要求学生明确每一步运算的道理，发展他们有条理的思考能力。对于初学者，建议写出运算过程，并注意强调公式的正确运用。

随堂练习

计算过程中，在不引起歧义的情况下，单项式和单项式作运算时本身可以不加括号。

- (1) $10x^5y$;
- (2) $12ab^3$;
- (3) $6a^2b$;
- (4) $2y^3z^3$;
- (5) $-32x^4y^5$;
- (6) $2a^{10}b^3c^5$.

习题 6.8

1. (1) $-8x^2y^4$; (2) a^4b^6c ;
- (3) $2x^4y^3$; (4) $\frac{1}{4}x^3y^4z$;
- (5) $x^7y^5z^3$; (6) $-2a^8b^4c^5$.
2. (1) $11xy m^2$, $11xya$ 元.
- (2) $(8x + 12y) h m^2$,
- $(8x + 12y) hb$ 元.

- 解: (1) $2xy^2 \cdot \frac{1}{3}xy = (2 \times \frac{1}{3}) \cdot (xx) \cdot (y^2y) = \frac{2}{3}x^2y^3$;
- (2) $(-2a^2b^3) \cdot (-3a) = [(-2) \times (-3)] \cdot (a^2a) \cdot b^3 = 6a^3b^3$;
- (3) $7xy^2z \cdot (2xyz)^2 = 7xy^2z \cdot 4x^2y^2z^2 = 28x^3y^4z^3$.

随堂练习

计算:

- (1) $5x^2 \cdot 2x^2y$;
- (2) $(-3ab) \cdot (-4b^2)$;
- (3) $3ab \cdot 2a$;
- (4) $yz \cdot 2y^2z^2$;
- (5) $(2x^2y)^3 \cdot (-4xy^2)$;
- (6) $\frac{1}{3}a^3b \cdot 6a^2b^2c \cdot (-ac^2)^2$.

习题 6.8

知识技能

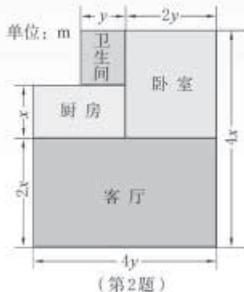
1. 计算:

- (1) $4xy \cdot (-2xy^3)$;
- (2) $a^2b \cdot ab^5c$;
- (3) $2x^2y \cdot (-xy)^2$;
- (4) $\frac{2}{5}x^2y^3 \cdot \frac{5}{8}xyz$;
- (5) $(-xy^2z^3) \cdot (-x^2y)^3$;
- (6) $(-ab^3) \cdot 2abc^2 \cdot (a^2c)^3$.

问题解决

2. (1) 一家住房的结构如图所示，这家房子的主人打算把卧室以外的部分都铺上地砖，至少需要多少平方米的地砖？如果某种地砖每平方米的价格是 a 元，那么购买所需地砖至少需要多少元？

(2) 已知房屋的高度为 h m，现需要在客厅和卧室的墙壁上贴壁纸，那么至少需要多少平方米的壁纸？如果某种壁纸每平方米的价格是 b 元，那么购买所需壁纸至少需要多少元？（计算时不扣除门、窗所占的面积）



宁宁作了一幅画(如图 6-2),她在纸的左、右两边各留了 $\frac{1}{8}x$ m 的空白,这幅画的画面面积是多少?

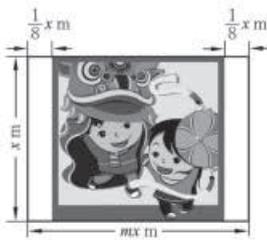


图 6-2

一方面,可以先表示出画面的长与宽,由此得到画面的面积为_____;

另一方面,也可以用纸的面积减去空白处的面积,由此得到画面的面积为_____.

想一想

- (1) $(ab) \cdot (abc+2x)$ 及 $c^2 \cdot (m+n-p)$ 分别等于什么?你是怎样计算的?
- (2) 如何进行单项式与多项式相乘的运算?你的依据是什么?

单项式与多项式相乘,就是根据分配律用单项式去乘多项式的每一项,再把所得的积相加.^[1]

例2 计算:

- (1) $2ab(5ab^2+3a^2b)$;
- (2) $(\frac{2}{3}ab^2-2ab) \cdot \frac{1}{2}ab$;
- (3) $-5m^2n(2n+3m-n^2)$;
- (4) $2(x+y^2z+xy^2z^3) \cdot xyz$.

解: (1) $2ab(5ab^2+3a^2b)$
 $= 2ab \cdot 5ab^2 + 2ab \cdot 3a^2b$
 $= 10a^2b^3 + 6a^3b^2$;

(2) $(\frac{2}{3}ab^2-2ab) \cdot \frac{1}{2}ab$
 $= \frac{2}{3}ab^2 \cdot \frac{1}{2}ab + (-2ab) \cdot \frac{1}{2}ab$
 $= \frac{1}{3}a^2b^3 - a^2b^2$;

语言进行描述,必要时教师可以再举一些单项式乘多项式的例子帮助学生进行总结.

^[1]这里重要的是学生能理解运算法则及其探索过程,体会利用乘法分配律可以将单项式与多项式相乘转化为单项式与单项式相乘,不必要求学生背诵法则.

例2 此处同样要求学生明确每一步运算的道理,体会由单项式与多项式相乘向单项式与单项式相乘的转化.

本节课的内容是单项式乘多项式,教科书仍首先提出计算画面面积的问题,目的是引入单项式乘多项式的运算.教师可以鼓励学生运用不同的方式表示画面的面积.

一方面学生可能直接用长乘宽表示画面的面积,即: $x(mx - \frac{1}{4}x)$; 另一方面学生可能用面积差得到结果.然后通过对比

面积的不同表达,可以得到:

$$x(mx - \frac{1}{4}x) = mx^2 - \frac{1}{4}x^2.$$

教师还应要求学生运用乘法的分配律、同底数幂的乘法性质等说明上面等式成立的原因,由此体会乘法分配律的重要作用.

想一想

$$(1) a^2b^2c + 2abx; c^2m + c^2n - c^2p.$$

(2) 在前面计算、讨论的基础上,学生可以自己总结单项式乘多项式的运算法则,并运用

《《》 随堂练习

- (1) $a^3m + an$;
- (2) $b^3 + 3ab^2 - a^2b^2$;
- (3) $\frac{1}{2}x^4y^4 - x^3y$;
- (4) $4de^2f^2 + 4d^2ef^4$.

《《》 习题6.9

- 1. (1) $10x^3 - 15x^2 + 20x$;
- (2) $-6x^2 + 18xy$;
- (3) $-a^3b - 2a^2b^2$;
- (4) $\frac{1}{3}x^3y^3 - 3x^2y^3$.
- 2. (1) $\frac{3}{32}\pi a^2$;
- (2) $at + bt - t^2$.
- 3. $n(n+1)$ 枚.

$$\begin{aligned} (3) & -5m^2n(2n+3m-n^2) \\ & = -5m^2n \cdot 2n - 5m^2n \cdot 3m - 5m^2n \cdot (-n^2) \\ & = -10m^2n^2 - 15m^3n + 5m^2n^3; \\ (4) & 2(x+y^2z+xy^2z^3) \cdot xyz \\ & = (2x+2y^2z+2xy^2z^3) \cdot xyz \\ & = 2x \cdot xyz + 2y^2z \cdot xyz + 2xy^2z^3 \cdot xyz \\ & = 2x^2yz + 2xy^2z^2 + 2x^2y^2z^4. \end{aligned}$$

《《》 随堂练习

计算:

- (1) $a(a^2m+n)$;
- (2) $b^2(b+3a-a^2)$;
- (3) $x^2y(\frac{1}{2}xy^2-1)$;
- (4) $4(e+f^2d) \cdot ef^2d$.

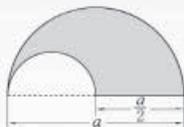
《《》 习题 6.9

《《》 知识技能

1. 计算:

- (1) $5x(2x^2-3x+4)$;
- (2) $-6x(x-3y)$;
- (3) $-2a^2(\frac{1}{2}ab+b^2)$;
- (4) $(\frac{2}{3}x^2y-6xy) \cdot \frac{1}{2}xy^2$.

2. 分别计算下面各图中阴影部分的面积.



(1)



(2)

(第2题)

《《》 问题解决

3. 下图是用棋子摆成的, 按照这种摆法, 第 n 个图形中共有多少枚棋子?



(第3题)

如图 6-3 是一个长和宽分别为 m , n 的长方形纸片, 如果它的长和宽分别增加 a , b , 所得长方形 (如图 6-4) 的面积可以怎样表示?



图 6-3

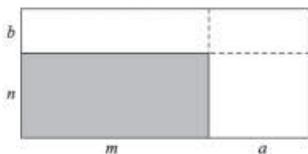


图 6-4



长方形的面积可以有 4 种表示方式: $(m+a)(n+b)$, $n(m+a) + b(m+a)$, $m(n+b) + a(n+b)$ 和 $mn+mb+na+ba$, 从而, $(m+a)(n+b) = n(m+a) + b(m+a) = m(n+b) + a(n+b) = mn+mb+na+ba$.

你认为小明的想法对吗? 从中你受到了什么启发?

把 $(m+a)$ 或 $(n+b)$ 看成一个整体, 利用分配律, 可以得到 $(m+a)(n+b) = (m+a)n + (m+a)b = mn+an+mb+ab$, 或 $(m+a)(n+b) = m(n+b) + a(n+b) = mn+mb+an+ab$.



议一议

你是用什么方法计算上面的问题的?
如何进行多项式与多项式相乘的运算?

多项式与多项式相乘, 先用一个多项式的每一项乘另一个多项式的每一项, 再把所得的积相加.

例 3 计算:

$$(1) (1-x)(0.6-x); \quad (2) (2x+y)(x-y).$$

解: (1) $(1-x)(0.6-x)$

$$= 1 \times 0.6 - 1 \times x - x \times 0.6 + x \cdot x \\ = 0.6 - 1.6x + x^2;$$

例 3 应要求学生明确每一步运算的道理, 发展他们有条理的思考能力. 在开始时, 可以要求学生暂不直接利用法则进行运算, 而是利用乘法分配律将多项式与多项式相乘转化成单项式与多项式相乘.

本节课的内容是多项式乘多项式, 教科书仍延续前面的做法, 以计算矩形面积的问题引入.

教学中, 建议先让学生自己解决问题, 在学生方法的基础上进行教学. 教科书呈现小明和小颖的方法的目的, 是让学生体会方法的多样性, 及代数运算的几何背景.

小明的方法是从不同角度分别表示大矩形的面积, 然后根据面积相等得到多项式乘多项式的展开式.

小颖的方法是表示出大矩形的面积 $(m+a)(n+b)$ 后, 直接利用乘法分配律展开.

议一议

在学生交流的基础上, 建议引导学生从不同角度说明算理, 如把多项式整体先看成一个单项式的想法、类比数运算的方法等, 最后概括出多项式乘多项式的法则.

《《》 随堂练习

- (1) $m^2 - 4n^2$;
- (2) $2n^2 - n - 15$;
- (3) $x^2 + 4xy + 4y^2$;
- (4) $6x^2 + 3bx + 2dx + bd$.

《《》 习题6.10

- 1. (1) $ax + 2bx + ay + 2by$;
- (2) $3ab + 10a + \frac{9}{2}b + 15$;
- (3) $-2x^2 - 5x - 3$;
- (4) $-6m^2 + m + 2$;
- (5) $x^2 - 2xy + y^2$;
- (6) $4x^2 - 12x + 9$.
- 2. (1) $(10a + 4)(10a + 6)$
 $= 100a^2 + 100a + 24$
 $= 100a(a + 1) + 24$;
- (2) $100 \times 12 \times 13 + 24$
 $= 15\ 624$;
- (3) 若学生还能找到其他规律, 建议鼓励学生进行课堂交流.

- 3. (1) $S = x^2 + (a-x)^2$
 $= 2x^2 - 2ax + a^2$;
- (2) $S_1 = \frac{5}{9}a^2, S_2 = \frac{a^2}{2}$,

所以, $AP = \frac{1}{3}a$ 时面积大于 $AP = \frac{1}{2}a$ 时面积.

- 4. $(a + b + c)(c + d + e) = ac + ad + ae + bc + bd + be + c^2 + cd + ce$. 为了保证基本的运算技能, 教学中要适当、分阶段地提供一些必要的训练, 使学生能准确地进行基本的符号运算, 并能明白每一步的算理. 但是教学中要避免过多、繁琐的运算, 多项式与多项式相乘仅要求一次式相乘, 不必再做扩展.

$$\begin{aligned} (2) & (2x+y)(x-y) \\ &= 2x \cdot x - 2x \cdot y + y \cdot x - y \cdot y \\ &= 2x^2 - 2xy + xy - y^2 \\ &= 2x^2 - xy - y^2. \end{aligned}$$

《《》 随堂练习

计算:

- (1) $(m+2n)(m-2n)$;
- (2) $(2n+5)(n-3)$;
- (3) $(x+2y)^2$;
- (4) $(2x+b)(3x+d)$.

《《》 习题 6.10

《《》 知识技能

1. 计算:

- (1) $(x+y)(a+2b)$;
- (2) $(2a+3)(\frac{3}{2}b+5)$;
- (3) $(2x+3)(-x-1)$;
- (4) $(-2m-1)(3m-2)$;
- (5) $(x-y)^2$;
- (6) $(-2x+3)^2$.

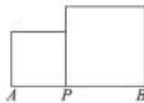
《《》 问题解决

- 2. (1) 观察: $4 \times 6 = 24, 14 \times 16 = 224, 24 \times 26 = 624, 34 \times 36 = 1\ 224, \dots$
 你发现其中的规律了吗? 你能用式子表示这一规律吗?
- (2) 利用(1)中得出的规律计算 124×126 ;
- (3) 你还能找到类似的规律吗?

《《》 联系拓广

- 3. 如图, $AB = a, P$ 是线段 AB 上一点, 分别以 AP, BP 为边作正方形.

- (1) 设 $AP = x$, 求两个正方形的面积之和 S ;
- (2) 当 AP 分别为 $\frac{1}{3}a$ 和 $\frac{1}{2}a$ 时, 比较 S 的大小.



(第3题)

- ※4. 计算: $(a+b+c)(c+d+e)$.

例4 计算:

$$(1) (a+b)(a^2-ab+b^2);$$

$$(2) (x-1)(2x^2-x+1).$$

解: (1) $(a+b)(a^2-ab+b^2)$

$$= a^3 - a^2b + ab^2 + a^2b - ab^2 + b^3$$

$$= a^3 + b^3;$$

$$(2) (x-1)(2x^2-x+1)$$

$$= 2x^3 - x^2 + x - 2x^2 + x - 1$$

$$= 2x^3 - 3x^2 + 2x - 1.$$

例5 解方程: $2x(3x-5) - (2x-3)(3x+4) = 3(x+4)$.

解: 利用多项式乘法法则, 得

$$(6x^2 - 10x) - (6x^2 + 8x - 9x - 12) = 3x + 12,$$

去括号, 得

$$6x^2 - 10x - 6x^2 - 8x + 9x + 12 = 3x + 12,$$

移项、合并同类项, 得

$$-12x = 0,$$

所以

$$x = 0.$$

随堂练习

1. 计算:

$$(1) (a+b)(a^2-b^2);$$

$$(2) (2x-1)(x^2-x+2);$$

$$(3) (x-y)(x^2+xy+y^2);$$

$$(4) (2x+3)(x^2-x).$$

2. 解方程: $(x-3)(x+2) = x^2 - 16$.

例4 是一次多项式与一个二次多项式的乘法, 与两个一次多项式相乘一样, 只是要注意次数, 运算复杂程度不要再增加了.

例5 解能化为一元一次的方程.

随堂练习

$$1. (1) a^3 + a^2b - ab^2 - b^3;$$

$$(2) 2x^3 - 3x^2 + 5x - 2;$$

$$(3) x^3 - y^3;$$

$$(4) 2x^3 + x^2 - 3x.$$

$$2. x = 10.$$

习题 6.11

1. (1) $x^3 - x^2 + x + 3$;

(2) $6a^3 + 2a^2b - 3ab^2 - b^3$;

(3) $6x^3 - 5x^2 - 3x + 2$;

(4) $-x^2 - 11x - 6$.

2. $-\frac{55}{4}$.

3. (1) -4 ; (2) $\frac{1}{2}$.

4. $4x^2 - 100x + 600$.

习题 6.11

知识技能

1. 计算:

(1) $(x+1)(x^2-2x+3)$;

(2) $(3a+b)(2a^2-b^2)$;

(3) $(3x+2)(2x-1)(x-1)$;

(4) $(x+2)(2x^2-5x-3) - 2x(x^2-1)$.

2. 先化简, 再求值:

$(x+1)(x^2-x+1) + (x-2)(x^2+2x+4)$, 其中 $x = -\frac{3}{2}$.

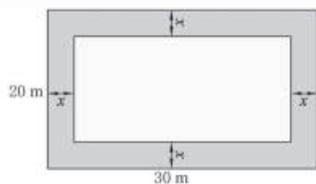
3. 解方程:

(1) $(x+1)(2x-3) - (x-1)(x+2) = x^2 + 7$;

(2) $(2x+1)(4x^2-2x+1) - 2x(4x^2+1) = 0$.

问题解决

4. 在一块长 30 m、宽 20 m 的长方形场地上修建一个游泳池, 使四周各留宽为 x m 的通道. 请用 x 表示游泳池的面积.



(第4题)

6 平方差公式

计算下列各题:

$$(1) (x+2)(x-2); \quad (2) (1+3a)(1-3a);$$

$$(3) (x+5y)(x-5y); \quad (4) (2y+z)(2y-z).$$

观察以上算式及其运算结果,你发现了什么规律?

再举两例验证你的发现.

这是两个特殊的多项式相乘!

平方差公式

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2.$$

两数和与这两数差的积,等于它们的平方差.

例1 利用平方差公式计算:

$$(1) (5+6x)(5-6x); \quad (2) (x-2y)(x+2y);$$

$$(3) (-m+n)(-m-n).$$

$$\text{解: } (1) (5+6x)(5-6x) = 5^2 - (6x)^2 = 25 - 36x^2;$$

$$(2) (x-2y)(x+2y) = x^2 - (2y)^2 = x^2 - 4y^2;$$

$$(3) (-m+n)(-m-n) = (-m)^2 - n^2 = m^2 - n^2.$$

例2 利用平方差公式计算:

$$(1) \left(-\frac{1}{4}x-y\right)\left(-\frac{1}{4}x+y\right); \quad (2) (ab+8)(ab-8).$$

$$\text{解: } (1) \left(-\frac{1}{4}x-y\right)\left(-\frac{1}{4}x+y\right) = \left(-\frac{1}{4}x\right)^2 - y^2 = \frac{1}{16}x^2 - y^2;$$

$$(2) (ab+8)(ab-8) = (ab)^2 - 64 = a^2b^2 - 64.$$

想一想

$(a-b)(-a-b)$ 等于什么? 你是怎样做的?

$$= 1 - 9a^2;$$

$$(3) (x+5y)(x-5y) = x^2 - 5xy + 5xy - 25y^2 = x^2 - 25y^2;$$

$$(4) (2y+z)(2y-z) = 4y^2 - 2yz + 2yz - z^2 = 4y^2 - z^2.$$

建议教学中,让学生观察算式的特点和结果的特点,通过对等式两边代数式形式结构上的对比,可以让学生进一步举例,最后概括出一般性的结论.

例1 这组题目形式比较简单,但仍建议不直接写出结果,通过写出过程,使学生熟悉公式的结构特点.

教学目标

1. 经历探索平方差公式的过程,进一步发展学生的符号感和推理能力.

2. 会推导平方差公式,并能运用公式进行简单的计算和推理.

3. 了解平方差公式的几何背景,发展几何直观.

平方差公式是多项式乘法运算中一个重要的公式,它的得出可以直接利用多项式与多项式相乘的运算法则,但为了培养学生观察、归纳、概括等能力,教科书通过几个具体的题目,使学生在计算的过程中发现规律,并运用自己的语言进行表达.学生在发现规律后,还应通过符号运算对规律进行证明.

$$(1) (x+2)(x-2)$$

$$= x^2 - 2x + 2x - 4$$

$$= x^2 - 4;$$

$$(2) (1+3a)(1-3a)$$

$$= 1 - 3a + 3a - 9a^2$$

例 2 学生将进一步体会平方差公式中 a, b 的含义, 它们可以是数, 也可以是整式.

想一想

目的是提醒学生, 在计算中应仔细识别公式运用的条件及 a, b 分别是什么, 以便能正确运用公式, 教师可以再补充一些问题.

随堂练习

1. 下列各式中, 哪些能用平方差公式计算?

(1) $(2x-3y)(3y+2x)$;

(2) $(a+b)(-a-b)$;

(3) $(2a-3)(3a+2)$;

(4) $(\frac{1}{2}a-\frac{1}{3}b)(-\frac{1}{2}a-\frac{1}{3}b)$.

2. 计算:

(1) $(a+2)(a-2)$;

(2) $(3a+2b)(3a-2b)$;

(3) $(-x-1)(1-x)$;

(4) $(-4k+3)(-4k-3)$.

习题 6.12

知识技能

1. 计算:

(1) $(3x+7y)(3x-7y)$;

(2) $(0.2x-0.3)(0.2x+0.3)$;

(3) $(m-3n)(m+3n)$;

(4) $(-2x+3y)(-2x-3y)$;

(5) $(-\frac{1}{4}x-2y)(-\frac{1}{4}x+2y)$;

(6) $(5m-n)(-5m-n)$.

联系拓广

2. 计算:

(1) $(a^n+b)(a^n-b)$;

(2) $(a+1)(a-1)(a^2+1)$.

如图 6-5, 边长为 a 的大正方形中剪去一个边长为 b 的小正方形.^[1]

(1) 请表示图 6-5 中阴影部分的面积.

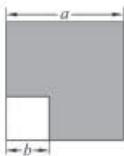


图 6-5



图 6-6

(1) $a^2 - b^2$;

(2) $a+b, a-b, (a+b)(a-b)$;

(3) 由于 (1) (2) 表示的面积相同, 所以可以验证平方差公式.

随堂练习

1. (1) (4).

2. (1) $a^2 - 4$;

(2) $9a^2 - 4b^2$;

(3) $x^2 - 1$;

(4) $16k^2 - 9$.

习题 6.12

1. (1) $9x^2 - 49y^2$;

(2) $0.04x^2 - 0.09$;

(3) $m^2 - 9n^2$;

(4) $4x^2 - 9y^2$;

(5) $\frac{1}{16}x^2 - 4y^2$;

(6) $n^2 - 25m^2$.

2. (1) $a^{2n} - b^2$;

(2) $a^4 - 1$.

^[1] 教科书通过拼图游戏给出平方差公式的一个几何解释, 目的是使学生对此公式有一个直观认识, 发展运用几何直观的能力. 建议教学中不要省略这个过程.

想一想

教科书提供了根据特例进行归纳、建立猜想、用符号表示并给出证明这一重要的数学探索过程。这个过程包括了问题的符号表示和依据法则进行符号运算的两个方面：一方面学生可以观察(1)中各组算式的结果得到一定的猜想，并用字母表示为 $(a-1)(a+1) = a^2 - 1$ ；另一方面，学生可以利用已经学习过的平方差公式得到 $(a-1)(a+1) = a^2 - 1$ ，这构成了对所得猜想的证明，由此学生可以体会符号运算对证明猜想的作用，以及代数运算的推理作用。

例 3 目的是运用平方差公式进行一些有关数的简便运算，教学中，可以先让学生提出想法。需要注意的是，本题的目的主要是进一步巩固平方差公式，体会符号运算对解决问题的作用，不要在简便运算上做过多练习。

例 4 本组例题具有一定的综合性。可以先让学生独立完成，然后进行交流，再有针对性地进行教学。

想一想

(1) 计算下列各组算式，并观察它们的共同特点。

$$\begin{cases} 7 \times 9 = \\ 8 \times 8 = \end{cases} \quad \begin{cases} 11 \times 13 = \\ 12 \times 12 = \end{cases} \quad \begin{cases} 79 \times 81 = \\ 80 \times 80 = \end{cases}$$

(2) 从以上的过程中，你发现了什么规律？

(3) 请用字母表示这一规律，你能说明它的正确性吗？

例 3 用平方差公式进行计算：

(1) 103×97 ;

(2) 118×122 .

解：(1) 103×97

$$\begin{aligned} &= (100+3)(100-3) \\ &= 100^2 - 3^2 \\ &= 9991; \end{aligned}$$

(2) 118×122

$$\begin{aligned} &= (120-2)(120+2) \\ &= 120^2 - 2^2 \\ &= 14396. \end{aligned}$$

例 4 计算：

(1) $a^2(a+b)(a-b) + a^2b^2$;

(2) $(2x-5)(2x+5) - 2x(2x-3)$.

解：(1) $a^2(a+b)(a-b) + a^2b^2$

$$\begin{aligned} &= a^2(a^2 - b^2) + a^2b^2 \\ &= a^4 - a^2b^2 + a^2b^2 \\ &= a^4; \end{aligned}$$

(2) $(2x-5)(2x+5) - 2x(2x-3)$

$$\begin{aligned} &= (2x)^2 - 25 - (4x^2 - 6x) \\ &= 4x^2 - 25 - 4x^2 + 6x \\ &= 6x - 25. \end{aligned}$$

随堂练习

1. 计算:

(1) 704×696 ;

(2) 145×155 .

2. 计算:

(1) $(x+2y)(x-2y)+(x+1)(x-1)$;

(2) $x(x-1)-(x-\frac{1}{3})(x+\frac{1}{3})$.

习题 6.13

知识技能

1. 计算:

(1) $(2m+3)(2m-3)$;

(2) $x(x+1)+(2-x)(2+x)$;

(3) $(3x-y)(3x+y)+y(x+y)$;

(4) $(a+\frac{1}{2}b)(a-\frac{1}{2}b)-(3a-2b)(3a+2b)$.

问题解决

2. 用平方差公式进行计算:

(1) $1\,007 \times 993$;

(2) 108×112 .

7 完全平方公式

观察下列算式及其运算结果,你发现了什么规律?

$$(m+3)^2 = (m+3)(m+3) = m^2 + 3m + 3m + 9 \\ = m^2 + 2 \times 3m + 9 = m^2 + 6m + 9;$$

$$(2+3x)^2 = (2+3x)(2+3x) = 2^2 + 2 \times 3x + 2 \times 3x + 9x^2 \\ = 4 + 2 \times 2 \times 3x + 9x^2 = 4 + 12x + 9x^2.$$

再举两例验证你的发现.

求,难度和繁杂度上不宜再做扩展.

教学目标

1. 经历探索完全平方公式的过程,进一步发展符号感和推理能力.
2. 会推导完全平方公式,并能运用公式进行简单的计算.
3. 了解 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 的几何背景,发展几何直观.

完全平方公式是多项式乘多项式运算的直接结果,是多项式乘多项式运算的一种特殊情况.

教科书给出两个具有相同特征的等式,即 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 的形式,与引入平方差公式的想法一样,目的是使学生观察等式的特点,通过对比等式两边代数式的结构,进一步得到一般性的结论.

教学中,也可以让学生再多举一些例子.得到公式后,应鼓励学生用自己的语言表达公式的内容.

随堂练习

1. (1) 704×696

$= (700 + 4)(700 - 4)$

$= 489\,984$;

(2) 145×155

$= (150 - 5)(150 + 5)$

$= 22\,475$.

2. (1) $2x^2 - 4y^2 - 1$;

(2) $-x + \frac{1}{9}$.

习题 6.13

1. (1) $4m^2 - 9$;

(2) $x + 4$;

(3) $9x^2 + xy$;

(4) $-8a^2 + \frac{15}{4}b^2$.

2. (1) $999\,951$;

(2) $12\,096$.

为了保证基本的运算技能,教学中要适当、分阶段地提供一些必要的训练,使学生能准确地运用平方差公式进行简单的运算.并能明白每一步的算理,但是教学中要避免过多、烦琐的运算,以教科书提供的题目为对全班的基本要求.

这是两个特殊的多项式相乘!

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

两数和的平方，等于它们的平方和加上它们的积的2倍。

想一想

用几何直观的方法对 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 进行解释，不仅使学生更清晰地“看到”公式的结构，同时感受这样的抽象代数运算也有其直观背景。

想一想

你能用图 6-7 解释这一公式吗?

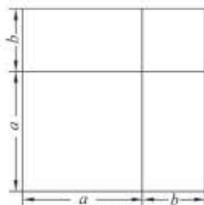


图 6-7

议一议

$(a-b)^2$ 等于什么? 你是怎样做的?



$$\begin{aligned} (a-b)^2 &= (a-b)(a-b) \\ &= a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (a-b)^2 &= [a+(-b)]^2 \\ &= a^2 + 2a(-b) + (-b)^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned}$$



$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

两数差的平方，等于它们的平方和减去它们的积的2倍。

议一议

教学中可以先让学生自己计算并比较结果与方法。小明和小彬的方法依教学需要而呈现，如教学中已出现这两种方法，则不必重复。

教科书呈现得到公式 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ 的两种方法，小明是直接计算的，而小彬则是借助刚刚得到的 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 的结果。

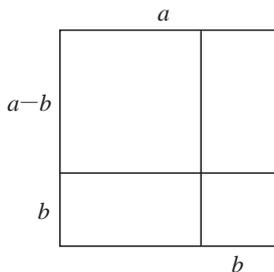
做一做

请你设计一个图形解释这一公式。

上面两个公式称为完全平方公式。

做一做

类比“两数和”的情况，希望学生能够利用几何直观对这一结果进行解释。如：



例 1 对于初学者，建议还是先写出详细过程，再逐渐过渡到直接用公式。

例 1 利用完全平方公式计算：

- (1) $(2x-3)^2$; (2) $(4x+5y)^2$; (3) $(\frac{1}{2}m-a)^2$.

$$\begin{aligned} \text{解: (1) } (2x-3)^2 &= (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 \\ &= 4x^2 - 12x + 9; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(2) } (4x+5y)^2 &= (4x)^2 + 2 \cdot 4x \cdot 5y + (5y)^2 \\ &= 16x^2 + 40xy + 25y^2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(3) } \left(\frac{1}{2}m-a\right)^2 &= \left(\frac{1}{2}m\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{2}m \cdot a + a^2 \\ &= \frac{1}{4}m^2 - ma + a^2. \end{aligned}$$

随堂练习

计算:

$$\text{(1) } \left(\frac{1}{2}x-2y\right)^2; \quad \text{(2) } \left(2y+\frac{1}{5}x\right)^2; \quad \text{(3) } (n+1)^2 - n^2.$$

读一读

杨辉三角

我们已经知道 $(a+b)^2$ 展开后等于 $a^2+2ab+b^2$, 请你利用多项式乘法法则将 $(a+b)^3$ 展开. 进一步, 你能展开 $(a+b)^4$, $(a+b)^n$ 吗? 你一定发现解决上述问题需要大量的计算, 是否有简单的方法呢? 我们不妨找找规律!

如果将 $(a+b)^n$ (n 为非负整数) 展开式的每一项按字母 a 的次数由高到低排列, 就可以得到下面的等式:

$$(a+b)^0=1, \text{ 它只有一项, 系数为 } 1;$$

$$(a+b)^1=a+b, \text{ 它有两项, 系数分别是 } 1, 1;$$

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2, \text{ 它有三项, 系数分别是 } 1, 2, 1;$$

$$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3, \text{ 它有四项, 系数分别是 } 1, 3, 3, 1.$$

如果将上述每个展开式的各项系数排成右表, 那么你能发现什么规律?

观察右表, 我们发现每一行的首末都是 1, 并且下一行的数比上一行多 1 个, 中间各数都写在上一行两数的中间, 且等于它们的和. 按照这个规律可以继续将这个表写下去:

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1

随堂练习

$$\text{(1) } \frac{1}{4}x^2 - 2xy + 4y^2;$$

$$\text{(2) } 4y^2 + \frac{4}{5}xy + \frac{1}{25}x^2;$$

(3) $2n+1$. 有不同的算法, 还可以鼓励学生用几何图形进行验证.

读一读

教师可以鼓励感兴趣的学生对 $(a+b)^n$ (n 是正整数, 且 $n > 2$) 展开讨论, 并阅读“读一读”的内容, 了解一些数学发展的历史, 经历探索公式的过程, 激发学习数学的兴趣.

习题6.14

- $4x^2 + 20xy + 25y^2$;
 - $\frac{1}{9}m^2 - \frac{1}{3}m + \frac{1}{4}$;
 - $4t^2 + 4t + 1$;
 - $\frac{1}{25}x^2 + \frac{1}{25}xy + \frac{1}{100}y^2$;
 - $49a^2 + 28a + 4$;
 - $c^2 - c + \frac{1}{4}$.
- $4\pi(r-1)\text{cm}^2$.
- 末尾两位数为 25. 设个位数是 5 的两位数为 $10a + 5$, 则 $(10a + 5)^2 = 100a^2 + 100a + 25$, 由此可知后两位数是 25.

学生也可能将所有个位是 5 的两位数平方后, 直接得到规律. 对于这种穷举的方法, 教师也应给予鼓励, 这也是一种重要的解决问题的方法. 教师可以引导学生互相交流各自的做法, 鼓励学生倾听他人的意见并从中获益.

*4. $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$.

这里只要求感兴趣的学生能利用已经学习过的内容探索新的公式.

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
...

你能根据这个表得到 $(a+b)^4$, $(a+b)^5$ 的结果吗? 利用多项式乘法法则验证你的结果是否正确.

上表在我国宋朝数学家杨辉 1261 年的著作《详解九章算法》中提到过, 而他是摘录自北宋时期数学家贾宪著的《开方作法本源》中的“开方作法本源图”(见右图), 因而人们把这个表叫做杨辉三角或贾宪三角. 在欧洲, 这个表叫做帕斯卡三角形. 帕斯卡 (B. Pascal, 1623—1662) 是在 1654 年发现这一规律的, 比杨辉要迟 393 年, 比贾宪迟 600 年.



图 6-8

习题 6.14

知识技能

1. 计算:

- $(2x+5y)^2$;
- $(\frac{1}{3}m-\frac{1}{2})^2$;
- $(-2t-1)^2$;
- $(\frac{1}{5}x+\frac{1}{10}y)^2$;
- $(7a+2)^2$;
- $(-c+\frac{1}{2})^2$.

2. 一个圆的半径长为 $r(r>2)\text{cm}$, 减少 2 cm 后, 这个圆的面积减少了多少?

联系拓广

3. 观察下列各式: $15^2=225$; $25^2=625$; $35^2=1225$; ...

个位数字是 5 的两位数平方后, 末尾的两个数有什么规律? 为什么?

*4. 计算: $(a+b+c)^2$.

在某市中学生运动会开幕式上,有两个学校要进行方阵变换表演,其中育才中学有两个方阵,分别为 a 行 a 列的男生方阵和 b 行 b 列的女生方阵,实验中学只有一个 $(a+b)$ 行 $(a+b)$ 列的学生方阵.

- (1) 育才中学的男生方阵有多少人? 女生方阵有多少人? 一共有多少人?
- (2) 实验中学的学生方阵有多少人?
- (3) 育才中学和实验中学参加方阵表演的人数哪个多? 多多少? 为什么?

例2 利用完全平方公式计算:

$$(1) 102^2;$$

$$(2) 197^2.$$

$$\text{解: } (1) 102^2 = (100+2)^2$$

$$(2) 197^2 = (200-3)^2$$

$$= 100^2 + 2 \times 100 \times 2 + 2^2$$

$$= 200^2 - 2 \times 200 \times 3 + 3^2$$

$$= 10\,000 + 400 + 4$$

$$= 40\,000 - 1\,200 + 9$$

$$= 10\,404;$$

$$= 38\,809.$$

例3 计算:

$$(1) (x+3)^2 - x^2;$$

$$(2) (a+b+3)(a+b-3);$$

$$(3) (x+5)^2 - (x-2)(x-3).$$

$$\text{解: } (1) (x+3)^2 - x^2$$

$$(2) (a+b+3)(a+b-3)$$

$$= x^2 + 6x + 9 - x^2$$

$$= [(a+b)+3][(a+b)-3]$$

$$= 6x + 9;$$

$$= (a+b)^2 - 3^2$$

$$= a^2 + 2ab + b^2 - 9;$$

$$(3) (x+5)^2 - (x-2)(x-3)$$

$$= x^2 + 10x + 25 - (x^2 - 5x + 6)$$

$$= x^2 + 10x + 25 - x^2 + 5x - 6$$

$$= 15x + 19.$$

随堂练习

利用整式乘法公式计算:

$$(1) 96^2;$$

$$(2) (a-b-3)(a-b+3).$$

教材通过实例,使学生进一步巩固 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

$$(1) a^2, b^2, a^2 + b^2;$$

$$(2) (a+b)^2;$$

(3) 实验中学人数多,多 $2ab$ 人.

例2 运用完全平方公式进行数的平方运算,可能使运算简便.

例3 目的是使学生进一步熟悉乘法公式的运用,同时进一步体会完全平方公式中字母 a, b 的含义是很广泛的,它可以是数,也可以是整式.

教学中要鼓励学生算法的多样化,并为他们提供较为充分交流的机会.

随堂练习

$$(1) 9\,216;$$

$$(2) a^2 - 2ab + b^2 - 9.$$

习题 6.15

- (1) $4x^2 + 4xy + y^2 - 1$;
(2) $2x - 1$;
(3) $12ab$;
(4) $9y^2 - 8xy$.
- $(5 + a)^2 \times 6 - 5^2 \times 6$
 $= 60a + 6a^2$.
- (1) 3 969;
(2) 996 004.
- $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.

这里只要求感兴趣的同学，能利用已经学习过的内容探索新的公式，并不要求全体学生做这方面的练习。

教学目标

- 经历探索整式除法运算法则的过程，进一步体会类比方法的作用，发展运算能力。
- 会进行简单的整式除法运算（只要求单项式除单项式、多项式除单项式，并且结果都是整式）。
- 理解除法运算的算理，发展有条理的思考及表达能力。

学生在学习了整式乘法以后，类比数的运算，自然会想到整式除法的运算应该如何进行。教科书提供了一些单项式除以单项式的题目，鼓励学生利用已经学习过的内容独立解决这些题目。注意在本章中涉及的除式均恒不为零。

教学中要提倡算法多样化，让学生说明每一步的理由，并鼓励学生间的交流。有的学生可能对于分数的约分比较熟悉，因此对于单项式除以单项式可能类比分数的约分进行；有的学生可能利用除法是乘法逆运算的想法。

$$(1) x^3y; (2) 4n; (3) \frac{1}{3}a^2bc.$$

议一议

在前面讨论的基础上，学生可以概括出单项式除以单项式的运算法则。这里重要的是学生能理解运算法则及其探索过程，能够运用自己的语言叙述如何进行运算，不要求学生背诵法则。

习题 6.15

知识技能

1. 计算：

- (1) $(2x+y+1)(2x+y-1)$; (2) $(x-2)(x+2) - (x+1)(x-3)$;
(3) $(3b+1)^2 - (3b-1)^2$; (4) $(2x-y)^2 - 4(x-y)(x+2y)$.

问题解决

- 一个底面是正方形的长方体，高为 6 cm，底面正方形边长为 5 cm。如果它的高不变，底面正方形边长增加了 a cm，那么它的体积增加了多少？
- 利用完全平方公式计算：
(1) 63^2 ; (2) 998^2 .

联系拓广

4. 计算： $(a+b)^2$.

8 整式的除法^①

计算下列各题，并说说你的理由。

- $(x^3y) \div x^2$;
- $(8m^3n^2) \div (2m^2n)$;
- $(a^4b^2c) \div (3a^2b)$.

可以用类似于分数约分的方法来计算。

议一议

如何进行单项式除以单项式的运算？

^①本章中，整式的除法只研究商式是整式的情况。

单项式除以单项式，把系数、同底数幂分别相除，作为商的因式；对于只在被除式里含有的字母，则连同它的指数一起作为商的一个因式。

例1 计算：

$$(1) \left(-\frac{3}{5}x^2y^3\right) \div (3x^2y); \quad (2) (10a^4b^3c^2) \div (5a^3bc);$$

$$(3) (2x^2y)^3 \cdot (-7xy^2) \div (14x^4y^3); \quad (4) (2a+b)^4 \div (2a+b)^2.$$

解：(1) $\left(-\frac{3}{5}x^2y^3\right) \div (3x^2y)$ (2) $(10a^4b^3c^2) \div (5a^3bc)$

$$= \left(-\frac{3}{5} \div 3\right)x^{2-2}y^{3-1} \quad = (10 \div 5)a^{4-3}b^{3-1}c^{2-1}$$

$$= -\frac{1}{5}y^2; \quad = 2ab^2c;$$

$$(3) (2x^2y)^3 \cdot (-7xy^2) \div (14x^4y^3) \quad (4) (2a+b)^4 \div (2a+b)^2$$

$$= 8x^6y^3 \cdot (-7xy^2) \div (14x^4y^3) \quad = (2a+b)^{4-2}$$

$$= -56x^7y^5 \div (14x^4y^3) \quad = (2a+b)^2$$

$$= -4x^3y^2; \quad = 4a^2 + 4ab + b^2.$$

做一做

如图 6-9 所示，三个大小相同的球恰好放在一个圆柱形盒子里，三个球的体积之和占整个盒子容积的几分之几？



图 6-9

随堂练习

计算：

$$(1) (2a^5b^3) \div (a^2b^2);$$

$$(2) \left(\frac{1}{48}x^3y^2\right) \div \left(\frac{1}{16}x^2y\right);$$

$$(3) (3m^2n^3) \div (mn)^2;$$

$$(4) (2x^2y)^2 \div (6x^3y^2).$$

例 1 对于初学者，建议先写出详细过程，再逐渐过渡到直接用公式。

依教学情况，也可以先让学生自己计算、交流，在此基础上，教师再进行有针对性的教学。

其中(4)，实际上可以看成是单项式除单项式。

做一做

这是一个实际应用问题，条件比较隐蔽，需要自己寻找已知条件及和所求之间的关系，并进行数学表示，即学生要经历一个数学化的过程。建议先让学生独立思考、解决，并建议教师关注学生的思考、解决过程。

$$\frac{2}{3}.$$

随堂练习

$$(1) 2a^3b; \quad (2) \frac{1}{3}xy;$$

$$(3) 3m; \quad (4) \frac{4}{3}x^3y.$$

习题 6.16

1. (1) r^3 ;

(2) y ;

(3) $x^2 + 2xy + y^2$ 或 $(x+y)^2$;

(4) $\frac{1}{2}a^3c^4$.

2. (1) $-\frac{8}{3}a^5bc^3$;

(2) $15xy^3$.

3.

$$\begin{array}{r} 2x^3y \\ - 12xz \\ \hline \frac{2}{3}y^2z^2 \\ 3x \end{array}$$

4. $3 \times 10^8 \div 340 \approx 8.8 \times 10^5$
 $= 880\,000$.

5. $\frac{\pi a}{4}$.

习题 6.16

知识技能

1. 计算:

(1) $(-2r^2s)^2 \div (4rs^2)$;

(2) $(5x^2y^3)^2 \div (25x^4y^5)$;

(3) $(x+y)^3 \div (x+y)$;

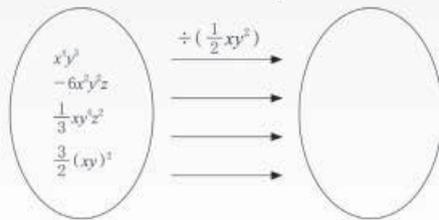
(4) $(7a^3b^3c^5) \div (14a^2b^3c)$.

2. 计算:

(1) $(8a^3b^3c) \div (2a^2b^3) \cdot (-\frac{2}{3}a^3bc^2)$;

(2) $(3x^2y)^2 \cdot (-15xy^3) \div (-9x^4y^2)$.

3. 把下图左圈里的每一个单项式分别除以 $\frac{1}{2}xy^2$, 将商写在右圈的相应位置上.



(第3题)

问题解决

4. 我们都知道“先看见闪电，后听见雷声”，那是因为在空气中光的传播速度比声音快。科学家们发现，光在空气中的传播速度约为 3×10^8 m/s，而声音在空气中的传播速度约为 340 m/s。在空气中光的传播速度是声音的多少倍？

5. 一圆柱形桶内装满了水，已知桶的底面直径为 a ，高为 b 。又知另一长方体形容器的长为 b ，宽为 a 。若把圆柱形桶中的水倒入长方体容器中（水不溢出），水面的高度是多少？

做一做

计算下列各题，说说你的理由。

(1) $(ad+bd) \div d =$ _____;

(2) $(a^2b+3ab) \div a =$ _____;

教科书提供了一些多项式除以单项式的题目，鼓励学生利用已经学习过的内容独立解决这些问题。教学中要提倡算法多样化，让学生说明每一步的理由，并鼓励学生间的交流。学生可能类比的除法把除以单项式看成是乘这个单项式的倒数，也可能利用逆运算进行考虑。

$$(3) (xy^2 - 2xy) \div (xy) = \underline{\hspace{2cm}}$$

议一议

如何进行多项式除以单项式的运算?

多项式除以单项式,先把这个多项式的每一项分别除以单项式,再把所得的商相加.

例2 计算:

$$(1) (6ab + 8b) \div (2b); \quad (2) (27a^3 - 15a^2 + 6a) \div (3a);$$

$$(3) (9x^2y - 6xy^2) \div (3xy); \quad (4) (3x^2y - xy^2 + \frac{1}{2}xy) \div (-\frac{1}{2}xy).$$

解: (1) $(6ab + 8b) \div (2b)$

$$= (6ab) \div (2b) + (8b) \div (2b)$$

$$= 3a + 4;$$

(2) $(27a^3 - 15a^2 + 6a) \div (3a)$

$$= (27a^3) \div (3a) - (15a^2) \div (3a) + (6a) \div (3a)$$

$$= 9a^2 - 5a + 2;$$

(3) $(9x^2y - 6xy^2) \div (3xy)$

$$= (9x^2y) \div (3xy) - (6xy^2) \div (3xy)$$

$$= 3x - 2y;$$

(4) $(3x^2y - xy^2 + \frac{1}{2}xy) \div (-\frac{1}{2}xy)$

$$= -(3x^2y) \div (\frac{1}{2}xy) + (xy^2) \div (\frac{1}{2}xy) - (\frac{1}{2}xy) \div (\frac{1}{2}xy)$$

$$= -6x + 2y - 1.$$

做一做

有如图 6-10 所示的一座小山,小明在上山时,第一阶段的平均速度为 v ,所用时间为 t_1 ;第二阶段的平均速度为 $\frac{1}{2}v$,所用时间为 t_2 .下山时,小

议一议

在前面讨论的基础上,学生可以概括出多项式除以单项式的运算法则.这里重要的是学生能理解运算法则及其探索过程,能够运用自己的语言叙述如何进行运算,不必要求学生背诵法则.

例2 可以先让学生自己计算、交流,在此基础上,教师再进行有针对性地教学.

做一做

$$\frac{2t_1 + t_2}{8}.$$

《《》 随堂练习

- (1) $3x + 1$;
- (2) $a + b + c$;
- (3) $-3 + \frac{1}{2}cd^2$;
- (4) $\frac{4}{7}x + \frac{3}{7}y$.

《《》 习题6.17

1. (1) $\frac{5}{3}mn^2 - 2m$;
- (2) $-2b + \frac{5}{3}c^2$;
- (3) $16x^3 + 4x + 1$;
- (4) $3a - 2 + 2b$;
- (5) $a - \frac{3}{2}b^3 - \frac{3}{4}ab^3$;
- (6) $\frac{3}{5}mn - \frac{3}{2}m^2 + \frac{1}{4}n^2$;
- (7) $\frac{1}{2}xy + \frac{5}{4}y - \frac{5}{2}$;
- (8) $x + 3$.
2. $(2H + \frac{1}{2}h)$ 个.

明的平均速度为 $4v$. 已知小明上山的路程和下山的路程是相同的, 那么小明下山用了多长时间?

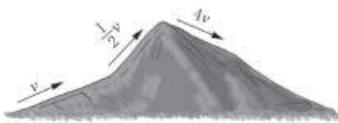


图 6-10

《《》 随堂练习

计算:

- (1) $(3xy + y) \div y$;
- (2) $(ma + mb + mc) \div m$;
- (3) $(6c^2d - c^2d^3) \div (-2c^2d)$;
- (4) $(4x^2y + 3xy^2) \div (7xy)$.

《《》 习题 6.17

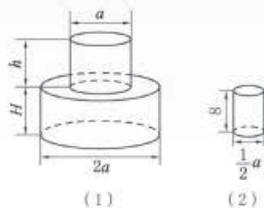
《《》 知识技能

1. 计算:

- (1) $(5m^2n^2 - 6m^2) \div (3m)$;
- (2) $(6a^2b - 5a^2c^2) \div (-3a^2)$;
- (3) $(16x^4 + 4x^2 + x) \div x$;
- (4) $(3a^2b - 2ab + 2ab^2) \div (ab)$;
- (5) $(-4a^3 + 6a^2b^3 + 3a^3b^3) \div (-4a^2)$;
- (6) $(\frac{2}{5}mn^3 - m^2n^2 + \frac{1}{6}n^4) \div (\frac{2}{3}n^2)$;
- (7) $(\frac{1}{10}xy^2 + \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{2}y) \div (\frac{1}{5}y)$;
- (8) $[(x+1)(x+2) - 2] \div x$.

《《》 问题解决

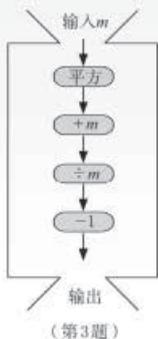
2. 图(1)所示的瓶子中盛满了水, 如果将这个瓶子中的水全部倒入图(2)所示的杯子中, 那么一共需要多少个这样的杯子? (单位: cm)



(1) (第2题)

联系拓广

3. 任意给一个非零数, 按下列程序进行计算, 写出输出结果.



回顾与思考

1. 举例说明如何进行幂的相关运算, 你是怎样得到这些运算法则的?
2. 举例说明如何进行整式的乘法运算.
3. 整式乘法公式有哪些? 它们的特点是什么?
4. 举例说明如何进行单项式除以单项式、多项式除以单项式的运算.
5. 用自己的方式梳理本章的知识结构, 你是怎样想的? 与同伴进行交流.

复习题

知识技能

1. 计算:

$$(1) \left(-\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)^3;$$

$$(2) (a-b)^3 \cdot (a-b)^4;$$

$$(3) (-a^3)^5;$$

$$(4) \left(-\frac{1}{2}x\right)^7 \div \left(-\frac{1}{2}x\right);$$

$$(5) (a+b)^3 \div (a+b);$$

$$(6) (-a^2 \cdot b)^3;$$

$$(7) (-a)^2 \cdot (a^2)^2;$$

$$(8) (y^2)^3 \div y^6;$$

$$(9) (-y)^2 \cdot y^{n-1} (n>1);$$

$$(10) a^{n+1} \cdot a^{-1} (n>1);$$

$$(11) a^{m+2} \div a^{m+1};$$

$$(12) (-c^2)^{2n}.$$

本章内容的梳理, 可以考虑从章标题“整式的乘除”开始, 让学生从大的分类开始回忆所学过的内容, 如乘法学了什么? 除法学了什么? 然后进一步说出这些内容之间有什么关系或联系. 如果学生有困难, 可以进一步启发思考, 我们必须先学什么, 然后才能学什么, 为什么等.

3. 在此基础上, 可以进行小组合作交流, 如让一组学生考虑、梳理乘法部分的内容; 另一组考虑、梳理除法部分的内容, 并进一步根据内容进行分类, 及初步画出知识关系图.

4. 在小组交流的基础上, 通过全班讨论, 由教师点评及引导, 画出本章知识结构图(一种或两种).

5. 对思想方法方面的回顾与思考, 可以由教师提示, 由学生举例说明, 如类比的方法, 用直观验证的方法等, 不要过于理论化.

3. m .

回顾与思考

设立“回顾与思考”的意图是运用问题的形式帮助学生梳理本章内容, 建立一定的知识体系. 教学时, 可以首先鼓励学生独立回顾所学的内容, 并尝试回答教科书中提出的问题. 在对问题进行回答时, 教师应关注学生运用自己的语言解释答案的过程, 关注学生运用例子说明自己对有关知识的理解. 而不是简单复述书上的结论, 学生的答案只要合理教师都应给予肯定. 在独立思考的基础上, 开展小组交流和全班交流, 使学生在反思与交流的过程中逐渐建立知识体系.

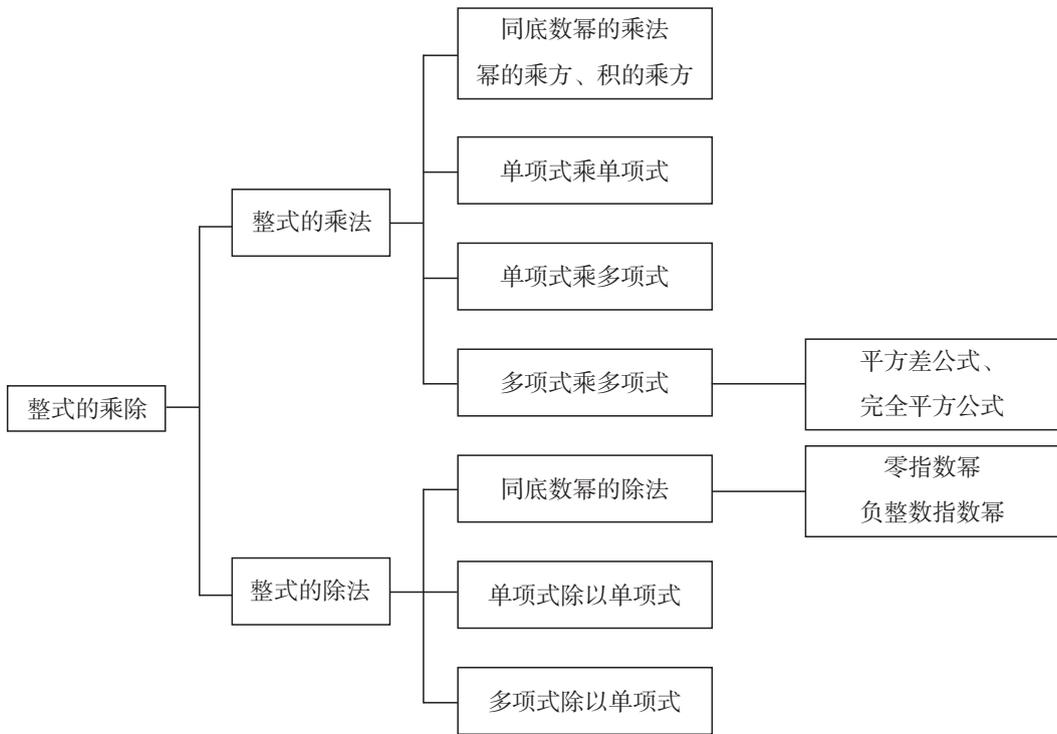
对“回顾与思考”课堂内容的安排, 是否可以考虑以下几个方面:

1. 首先引导学生回答教科书回顾与思考栏目当中的问题 1~5.

2. 引导学生逐步完成对本

6. 对于学生运算中出现的错误, 可以通过让他们自查、互查、板演等方式进行反思, 并进行方法上的交流, 鼓励他们形成自己的方法. 建议避免单纯盲目性的海量练习, 挫伤学生的学习兴趣. 提高学生的运算能力, 是教师一项重要研究课题, 建议教师之间也经常进行交流.

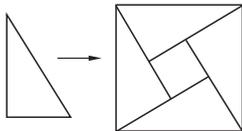
梳理本章的知识内容不止有一种方法, 以下知识结构框架图可供参考:



“回顾与思考”课上题目的选择, 可以根据学生练习中 (作业中、章复习检测中) 出现的典型问题或错误, 进行讨论并有针对性地再出一些题目进行练习.

以下问题可作参考:

1. 如图, 四个完全相同的直角三角形可以拼成一个大正方形. 已知直角三角形的两直角边长分别为 a, b , 你知道正方形的面积是多少? ($a^2 + b^2$)



2. 计算

(1) $n^3 \cdot n^4 \cdot n^5 + n^2 \cdot n^6 \cdot n^{-8}$; (2) $(-b)^2 (-b)^5 \div (-b)^7$;

(3) $(0.25)^{10} \times 2^{20}$; (4) $a^3 (-b^3)^2 + (\frac{1}{2} ab)^3$;

(5) $a^{2p} \div a^{-p}$; (6) $(yx^3)^2 \div x^2$.

《《《复习题

1. (1) $(-\frac{3}{5})^5$;

(3) $-a^{25}$;

(5) $(a+b)^2$;

(7) a^6 ;

(9) y^{n+1} ;

(11) a ;

2. (1) 10^6 ;

(3) $\frac{1}{9}$;

3. (1) $2.4 \times 10^{-1} \text{ m}^2$;

(2) $(a-b)^7$;

(4) $\frac{1}{64}x^6$;

(6) $-a^6b^3$;

(8) 1 ;

(10) a^{2n} ;

(12) c^{4n} ;

(2) 1 ;

(4) 125 .

(2) $8 \times 10^{-3} \text{ m}^3$.

4. (1) $x^2 + ax + bx + ab$;

(2) $9x^2 - 49y^2$;

(3) $18x^2 + 78x + 72$;

(4) $\frac{3}{2}x^3y^2 - 6x^2y^2 + 3xy^3$;

(5) $-5a^4b^5$;

(6) $4x + 5$.

(7) a^3c ;

(8) $m^2n^2 - 1$;

(9) $9a + 6b$;

(10) $2a^2 - 3ab + 6b^2$;

5. (1) 10^6 ; (2) $-(x-y)^6$;

(3) 2^{2n+1} ; (4) 0;

(5) 1; (6) $2x^5$;

(7) m^4 ; (8) a^8 .

6. (1) $2x^6 - 12x^5 - 6x^4$;

(2) $x^2 + 2xy + y^2 - z^2$;

(3) 2;

(4) $a^4 + 2a^3 - a^2 + 4a - 8$.

7. (1) $\frac{13}{9}$;

(2) $\frac{2}{5}$;

(3) -3.

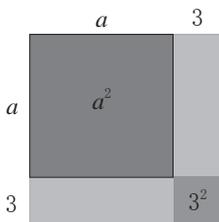
8. (1) 4 004 001;

(2) 3 999 999;

(3) 9 800.

9. (1) 810 000; (2) 1.

10. 方法不唯一, 如:



2. 计算:

(1) $10^5 \div 10^{-1} \times 10^0$;

(2) 16×2^{-4} ;

(3) $(\frac{1}{3})^0 \div (-\frac{1}{3})^{-2}$;

(4) $5^4 \div 5^2 \times 5$.

3. 一个正方体的棱长为 2×10^2 mm.

(1) 它的表面积是多少平方米?

(2) 它的体积是多少立方米?

4. 计算:

(1) $(x+a)(x+b)$;

(2) $(3x+7y)(3x-7y)$;

(3) $(3x+9)(6x+8)$;

(4) $(\frac{1}{2}x^2y - 2xy + y^2) \cdot 3xy$;

(5) $\frac{1}{3}a^2b^2 \cdot (-15a^2b^2)$;

(6) $(x+2)^2 - (x+1)(x-1)$;

(7) $(a^2bc)^2 \div (ab^2c)$;

(8) $(3mn+1)(3mn-1) - 8m^2n^2$;

(9) $[(3a+b)^2 - b^2] \div a$;

(10) $(4a^3b - 6a^2b^2 + 12ab^3) \div (2ab)$.

5. 计算:

(1) $10^7 \div (10^3 \div 10^2)$;

(2) $(x-y)^3 \cdot (x-y)^2 \cdot (y-x)$;

(3) $4 \times 2^n \times 2^{n-1} (n > 1)$;

(4) $(-x)^3 \cdot x^{2n-1} + x^{2n} \cdot (-x)^2$;

(5) $(y^2 \cdot y^3) \div (y \cdot y^4)$;

(6) $x^2 \cdot x^3 + x^7 \div x^2$;

(7) $m^5 \div m^2 \cdot m$;

(8) $a^4 + (a^2)^4 - (a^2)^2$.

6. 计算:

(1) $(2x^2)^3 - 6x^3(x^2 + 2x^2 + x)$;

(2) $(x+y+z)(x+y-z)$;

(3) $[(x+y)^2 - (x-y)^2] \div (2xy)$;

(4) $a^2(a+1)^2 - 2(a^2 - 2a + 4)$.

7. 求下列各式的值:

(1) $\frac{1}{2}x + (-\frac{3}{2}x + \frac{1}{3}y^2) - (2x - \frac{2}{3}y^2)$, 其中 $x = -\frac{1}{3}$, $y = \frac{2}{3}$;

(2) $[(xy+2)(xy-2) - 2x^2y^2 + 4] \div (xy)$, 其中 $x=10$, $y=-\frac{1}{25}$;

(3) $x(x+2y) - (x+1)^2 + 2x$, 其中 $x = \frac{1}{25}$, $y = -25$.

8. 利用整式乘法公式计算:

(1) $2 001^2$;

(2) $2 001 \times 1 999$;

(3) $99^2 - 1$.

9. 利用整式乘法公式计算:

(1) $899 \times 901 + 1$;

(2) $123^2 - 124 \times 122$.

数学理解

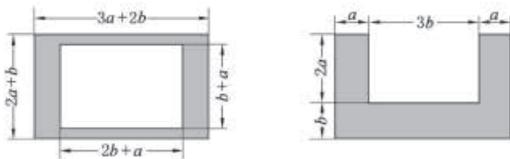
10. 试用直观的方法说明 $(a+3)^2 \neq a^2 + 3^2 (a \neq 0)$.

问题解决

11. 某种原子质量约 $0.000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 019\ 93\ \text{g}$, 你能用科学记数法把它表示出来吗?

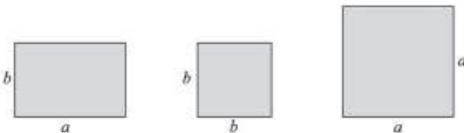
科学上把这个数量的 $\frac{1}{12}$ 定为 1 个原子质量单位, 并用符号 u 来表示. 请你用科学记数法把 u 表示出来.

12. 分别计算下图中阴影部分的面积.



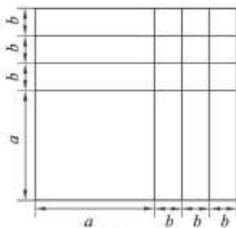
(第12题)

13. 请分别准备几张如图所示的长方形卡片. 用它们拼一些新的长方形, 并计算它们的面积.



(第13题)

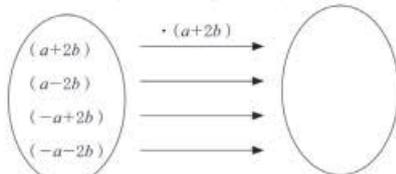
14. 请在图中指出面积为 $(a+3b)^2$ 的图形, 并指出图中有多少个边长为 a 的正方形, 有多少个边长为 b 的正方形, 有多少个两边分别为 a 和 b 的长方形, 然后用相应的公式进行验证.



(第14题)

联系拓广

15. 把下图左圈里的整式分别乘 $(a+2b)$, 将所得的积写在右圈相应的位置上.



(第15题)

$$11. 1.993 \times 10^{-23} \text{ g},$$

$$1u = 1.66 \times 10^{-24} \text{ g}.$$

$$12. (1) 5a^2 + 4ab;$$

$$(2) 4a^2 + 2ab + 3b^2.$$

13. 答案不唯一.

14. 边长为 a 的正方形有 1 个, 边长为 b 的正方形有 9 个, 两边分别为 a 和 b 的长方形有 6 个, 由此可以验证:

$$(a+3b)^2 = a^2 + 9b^2 + 6ab.$$

$$15. a^2 + 4ab + 4b^2$$

$$a^2 - 4b^2$$

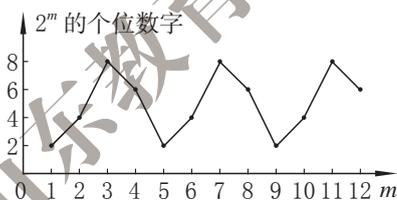
$$-a^2 + 4b^2$$

$$-a^2 - 4ab - 4b^2$$

16. 不等, 相差 $\frac{1}{4}$.

17. $2.96 \times 10^3 = 2\,960 \text{ m} \approx 3 \text{ km}$.

*18. 连续使用平方差公式可以得到结果为 2^{64} . 学生在求 2^{64} 的个位数字时, 教师可以鼓励他们发现 2^m (m 为正整数) 的个位数字呈周期变化 (如图所示):



学生可以从上图中得到 2^{64} 的个位数字与 2^4 的个位数字一样, 都是 6.

16. “两个相邻整数的平均数的平方”与“它们平方数的平均数”相等吗? 若不等, 相差多少?

17. “黑洞”是恒星演化的最后阶段. 根据有关理论, 当一颗恒星衰老时, 其中心的燃料 (氢) 已经被耗尽, 在外壳的重压之下, 核心开始坍 (tān) 缩, 直到最后形成体积小、密度大的星体. 如果这一星体的质量超过太阳质量的三倍, 那么就会引发另一次大坍缩. 当这种收缩使得它的半径达到施瓦氏 (Schwarzschild) 半径后, 其引力就会变得相当大, 以至于光也不能逃脱出来, 从而成为一个看不见的星体——黑洞. 施瓦氏半径 (单位: 米) 的计算公式是

$$R = \frac{2GM}{c^2},$$

其中, $G = 6.67 \times 10^{-11}$ 牛·米²/千克², 为万有引力常数; M 表示星球的质量 (单位: 千克); $c = 3 \times 10^8$ 米/秒, 为光在真空中的速度.

已知太阳的质量为 2×10^{30} 千克, 计算太阳的施瓦氏半径.

*18. 求 $(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)\cdots(2^{32}+1)+1$ 的个位数字.

附录：典型案例评析

整式的乘法（第1课时）

设计：青岛53中 时丽英

评析：青岛市市北区教研室 陈 怡

一、学情分析

在六年级上册的学习中，学生已经学习了有理数的运算、字母表示数、合并同类项、去括号等内容。六年级的学生好奇心和求知欲强，敢于质疑，通过类比，学生会产生“整式是否也有相应的运算？如果有的话该怎样进行”等问题。为此，本章首先通过实例介绍了同底数幂的乘法、幂的乘方与积的乘方以及同底数幂的除法以及整式运算产生的实际背景，使学生经历实际问题“符号化”的过程，进而发展符号感。同时，通过为探索有关运算法则设置归纳、类比等活动，加深了对算理的理解和基本运算技能的掌握。

二、任务分析

单项式的乘法用到了有理数的乘法、幂的运算性质，而后续的单项式与多项式的乘法，多项式乘以多项式，都要转化为单项式相乘。因此，单项式乘法将起到承前启后的作用，在整式乘法中占有独特地位。所以在教学中首先对已学知识进行回顾，再从实际问题导入，引导学生自己动手试一试，主动探索；在教学过程中教师先不给出单项式与单项式相乘的运算法则，而是让学生先独立思考，再相互交流，然后由学生自己小结得出如何进行单项式的乘法。在探索新知的过程中，让学生体会从特殊到一般、从具体到抽象的认识过程。在这一过程中，要注意留给学生探索与交流的空间，让学生在实践中获得单项式与单项式相乘的运算法则，从而构建新的知识体系。在此基础上要求学生用语言叙述这个性质，这有利于提高学生数学语言的表述能力。

三、教学目标

1. 经历探索单项式与单项式相乘的运算法则的过程，能利用法则进行单项式的乘法运算。
2. 理解单项式乘法运算的算理，从中体验数形结合和转化的数学思想方法，发展学生有条理的思考能力和语言表达能力。
3. 引导学生主动参与到探索过程中，进一步丰富数学学习的成功体验，激发对数学学习的好奇心，形成独立思考、主动探索的习惯和主动与他人合作交流的意识。

四、教学重难点

重点：对单项式运算法则的理解和应用；

难点：探究单项式与单项式的乘法法则；提高计算的正确率。

五、教学过程

本节课共设计了七个环节：

前置诊断、开辟道路——构造悬念、创设情境——目标导向、自然引入——设问质疑、探究尝试——变式训练、巩固提高——总结串联、纳入系统——达标检测、评价矫正。

【第一环节】前置诊断、开辟道路

1. 回顾幂的运算性质

(1) 同底数幂相乘，底数不变，指数相加。

即 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ (m, n 都是正整数)。

(2) 幂的乘方，底数不变，指数相乘。

即 $(a^m)^n = a^{mn}$ (m, n 都是正整数)。

(3) 积的乘方，等于把积的每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘。

即 $(ab)^n = a^n b^n$ (n 为正整数)。

2. 练一练

(1) $(-a^3)^5$; (2) $(-a^3b)^2$; (3) $(-2a)(-3a^2)^3$ 。

答案：

(1) $(-a^3)^5 = -a^{15}$; (2) $(-a^3b)^2 = a^6b^2$; (3) $(-2a)(-3a^2)^3 = 54a^7$ 。

目的：幂的三个运算性质是学习单项式与单项式相乘的基础，所以先组织学生对上述内容做复习，并通过练习帮助学生回忆幂的运算性质，巩固已学知识，为新课的学习做好铺垫，有利于学生体会到新旧知识之间的联系与转化。

预期：绝大多数学生能够较熟练地说出幂的三个运算性质，并会用字母表达。但部分学生只是死记硬背法则，不理解算理，出现计算错误，通过师生共同订正，使学生的认识有所提高。

【第二环节】构造悬念、创设情境

用学生身边的实例，引出问题：我校举办书画展，京京用两张同样大小的纸，精心制作了两幅画，第一幅画的画面大小与纸相同，第二幅画的画面在纸的上、下方各留有 $\frac{1}{8}x$ m 的空白。



(1) 第一幅画的画面面积是多少平方米？第二幅呢？你是怎样做的？

(2) 若把图中的 $1.2x$ 改为 mx ，其它不变，则两幅画的面积又该怎样表示呢？

学生通过读图，得出第一幅画面的长、宽分别为 mx m， x m，第二幅画面的长、宽分

别为 mx m, $(x - \frac{1}{8}x - \frac{1}{8}x)$ m, 即 $\frac{3}{4}x$ m, 利用长方形的面积公式可得: 第一幅画面的面积是 $mx \cdot x$ m², 第二幅画面的面积是 $mx \cdot \frac{3}{4}x$ m².

答案: (1) $1.2x \cdot x = 1.2x^2$; $1.2x(x - \frac{1}{8}x - \frac{1}{8}x) = 0.9x^2$;

(2) $mx \cdot x = mx^2$; $mx \cdot \frac{3}{4}x = \frac{3}{4}mx^2$.

目的: 从实际问题出发, 让学生体会到数学知识来源于生活, 并能解决生活中的问题, 主动探索, 在实践中获得知识, 从而构建新的知识体系.

预期: 在教学中, 进一步复习单项式的概念, 要求学生说出它们的系数和字母的次数, 扫清计算中的障碍, 在探究过程中, 通过独立思考与合作交流, 会较好地完成任务.

【第三环节】目标导向、自然引入

1. 继续引导学生分析引例中出现的算式, 提问: 如何把 $mx \cdot x$, $mx \cdot \frac{3}{4}x$ 表达得更简单一些, 说说你的理由.

2. 类似地, 如何把下式表达得更简单一些, 说说你的理由:

(1) $3x^2y \cdot (-2xy^3)$; (2) $(-5a^2b^3) \cdot (-4b^2c)$.

分析: (1) $3x^2y \cdot (-2xy^3) = [3 \times (-2)] \cdot (x^2 \cdot x) \cdot (y \cdot y^3) = -6x^3y^4$;

(2) $(-5a^2b^3) \cdot (-4b^2c) = [(-5) \times (-4)] \cdot a^2 \cdot (b^3 \cdot b^2) \cdot c = 20a^2b^5c$.

3. 想一想: 你是怎样计算的? 如何进行单项式乘单项式的运算?

4. 得出单项式与单项式相乘的法则: 把它们的系数、相同字母分别相乘, 对于只在一个单项式里含有的字母, 则连同它的指数作为积的一个因式.

目的: 在教学过程中, 引导学生独立思考、自主探究, 经历知识形成的过程, 在探究中发现和总结出法则.

预期: 学生先独立思考, 然后小组讨论, 大胆发表自己的见解. 教师先不给出单项式与单项式相乘的运算法则, 而是让学生分析总结, 再相互交流, 从而总结出如何进行单项式的乘法. 要求学生用语言叙述这个法则, 这对于学生提高数学语言的表述能力是有益的.

【第四环节】设问质疑、探究尝试

试一试, 计算:

(1) $2x^3 \cdot 5x^2$; (2) $3a^2b \cdot 2ab^3$; (3) $xyz \cdot y^2z$; (4) $4a^2x^5 \cdot (-3a^3bx)$.

答案: (1) $2x^3 \cdot 5x^2 = 10x^5$; (2) $3a^2b \cdot 2ab^3 = 6a^3b^4$;

(3) $xyz \cdot y^2z = xy^3z^2$; (4) $4a^2x^5(-3a^3bx) = -12a^5bx^6$.

目的: 从特殊到一般, 从具体到抽象, 在这一过程中, 注意留给学生探索与交流的空间, 让学生在实践中自己领悟单项式乘法法则的应用. 将运算法则应用在实际问题中, 加强对运算法则的掌握, 提高学生解决实际问题的能力.

预期: 在教学中先让学生观察有哪些运算, 如何利用运算法则, 同时能说出每一步的依据. 分析后再动手做, 在计算过程中, 学生容易出现符号问题, 提醒学生在单项式的运

算中应该先确定符号. 四名同学板演, 其他同学进行评价, 发现自己或同伴出现的问题, 进行订正和示范.

【第五环节】变式训练、巩固提高

计算: (1) $(a^3b)^2 \cdot (a^2b)^3$; (2) $(3a^2b)^2 + (-2ab) \cdot (-4a^3b)$;

(3) $\frac{2}{3}x^3y^2 \cdot (-\frac{3}{2}xy^2)^2$; (4) $(-3ab) \cdot (-a^2c)^2 \cdot 6ab \cdot (c^2)^3$.

三个或三个以上单项式相乘时, 也可以按上面的法则进行计算, 因为单项式与单项式相乘, 积仍是一个单项式.

答案: (1) $a^{12}b^5$; (2) $17a^4b^2$; (3) $\frac{3}{2}x^5y^6$; (4) $-18a^6b^2c^8$.

目的: 在学习了单项式乘以单项式的法则后, 及时熟悉法则的应用.

预期: 学生尝试独立完成, 教师根据学生出现的问题, 有针对性地讲解.

【第六环节】总结串联、纳入系统

1. 本节课我们学了哪些内容?

单项式乘单项式.

2. 在进行单项式与单项式相乘时, 应该注意哪几点?

(1) 积的系数等于各因数的积, 这是有理数的乘法, 应先确定符号, 再计算绝对值的积.

(2) 相同字母相乘, 是同底数幂的乘法, 底数不变, 指数相加. 只在一个单项式里含有的字母, 要连同它的指数写在积里, 注意不要把这个因式丢掉.

(3) 单项式乘法法则对于三个以上的单项式相乘同样适用.

(4) 单项式与单项式相乘积仍是单项式.

目的: 学生总结本节课所学内容, 培养学生学习后自我反思的良好习惯, 对所学知识的理解加以升华, 使知识系统化. 这节课我们利用乘法交换律、结合律及同底数幂的乘法法则探究出单项式与单项式相乘的运算法则, 并能应用它进行计算和解决实际问题.

预期: 归纳法则, 明确算理, 会灵活运用法则进行计算.

【第七环节】达标检测、评价矫正

内容:

计算: (1) $3a^2 \cdot 2a^3$; (2) $(-9a^2b^3) \cdot 8ab^2$;

(3) $(-3a^2)^3 \cdot (-2a^3)^2$; (4) $(-3ab) \cdot (-a^2c) \cdot 6ab^2c$.

答案: (1) $3a^2 \cdot 2a^3 = 6a^5$; (2) $(-9a^2b^3) \cdot 8ab^2 = -72a^3b^5$;

(3) $(-3a^2)^3 \cdot (-2a^3)^2 = -108a^{12}$; (4) $(-3ab) \cdot (-a^2c) \cdot 6ab^2c = 18a^4b^3c^2$.

目的: 本节课主要训练学生的计算能力, 通过检测, 更好地把握单项式乘法的计算方法, 在解题过程中, 发现自己的解题失误, 积累解题经验.

预期: 顺利完成.

作业: (略)

六、案例评析

学情是课堂教学的基石，美国心理学家奥苏伯尔说过：“影响学习的最重要的一个因素是学生已知的内容。” 时老师的教学设计循序渐进、扎实、细致，能立足于暴露学生的原认知，抓好诊断教学，为顺利实施本节教学任务开辟道路；重视使学习的过程与学生自我生成的过程相一致，让学生通过自己的经验来学习，这样的教学有利于更好地激发学生的学习积极性，增强学习主动性。如能在教学设计中，如“变式训练、巩固提高”环节预留更大的开放空间，将有助于教师更加及时地诊断学情、作出调整，从而进一步提高教学针对性。

综合与实践 设计自己的运算程序

一、教学目标

1. 经历试验、观察、猜想、验证等数学活动过程，发展归纳能力，概括与抽象化的能力。
2. 在制定运算程序及对程序的验证过程中，综合运用所学的运算知识，形成对数学运算整体性的认识，领会研究问题的策略和方法。
3. 经历小组合作与交流的活动，进一步积累合作与交流的活动经验，增强合作意识，发展合作能力。

二、设计思路

基本意图：本课题的设计从学生熟悉的简单运算的探究活动出发，引导学生逐步思考一个个看似简单又具有挑战性的问题，综合运用所学过的数字运算和整式运算等知识，让学生体验数学知识之间的内在联系，初步形成对数学整体性的认识。从问题的设置上为学生自主探索留有较大空间，充满悬念，很符合学生的学习兴趣，他们不仅乐意去做，而且还能获得成功的体验，增进应用数学的自信心。在探索与实践过程中，让学生经历“试验—观察—猜想—验证”的解决问题的全过程，加深了学生对代数运算的理解。同时，学生通过观察、实验、归纳、类比等获得数学猜想，并进一步寻求证据，再清晰、有条理地表达自己的思考过程；在与他人交流的过程中，能运用数学语言合乎逻辑地进行讨论与质疑。通过以上活动，发展了学生的数学研究能力，丰富了学生的数学活动经验、反思能力和进一步提出问题的能力。

内容重心：加深理解代数运算的含义，体会代数推理的意义。

活动重心：经历数字运算、观察结果、符号表示、代数验证和反思等整个思维活动过程。

三、教学建议

组织学生从事设计活动时，教师要鼓励学生主动参与，大胆猜想，科学验证，不论是制定运算程序还是验证算法的合理性，都可以鼓励学生尝试用多种运算，如加、减、乘、除、乘方等来设计或解释，让学生进一步巩固和理解整式运算的同时，经历研究数学问题的过程，体验其中的数学思想方法。充分调动学生的积极性，将问题设置“在学生跳起来可及”的高度，使得学生在主动、积极、好奇、紧张的气氛中进行学习，开动脑筋，参与到获取知识的思维过程中去，使能力得到发展，素质得到提高。

在活动过程中，首先，关注学生能综合运用加、减、乘、除、乘方等各种运算来设计自己的运算程序；其次，关注学生对运算程序的数学解释和对结论的进一步推广。

在教学安排上，建议安排 2 课时，第 1 课时引导学生发现有趣的现象，鼓励学生设计

自己的运算程序，课后可留长作业，要求小组合作设计自己的运算程序并尝试进行验证，同时对所得的结果进行交流，讨论结果的合理性，并尝试提出新的问题。运算程序的验证过程是学生对整式运算的整体认识过程，所以制定的运算程序中尽量包含加、减、乘、除、乘方等各种运算。如果学生制定的运算程序中算法比较单一，教师也可以指定学生验证案例中给出的一些运算程序（可参考解题方案），以达到练习巩固的目的。第2课时小组交流、验证程序、解释规律。这是课堂的高潮，对学生来说更是一个挑战，教师要依据学生的学习水平做恰当的引导和要求，让不同水平的学生得到不同的发展，而不是要所有的学生必须掌握。

想一想

问题(1)中由于题设的“运算规则”是印度数学家卡布列克(D.R.Kaprekar)提出的. 因此, 也有人把这个运算规则称为“卡式运算”, 6 174 称为四位数的卡布列克常数. 苏联的科普作家高基莫夫在他的著作《数学的敏感》一书中, 提到了这个奇妙的四位数 6 174, 并把它列作“没有揭开的秘密”. 让学生依据给定运算程序得出结果, 大部分学生还是应该能做到的, 对于一些感到困难的学生, 教师可以具体举例说明. 问题(2)中取三位数会得到 495. 问题(3)学生可能会进一步猜想 2, 5, 6, 7 位的数是否也有类似循环出现. 学生只要有想法就可以, 不要深究结论是否成立, 这里的猜想目的是想给学生一个预设: 我们是否也能建立一个自己的运算规则.

做一做

这里学生可以先列举数字进行运算, 如从 92 开始, $10(9+2)-92=18$, $10(4+3)-43=27$ ……通过对结果的观察学生不难得出结论, 同时借助前面有关代数式运算的学习经验, 对于结论的解释, 学生可以自己分析原因、说明各自的理由. 在活动过程中, 教师先不必忙于告诉答案, 而是让学生经历发现问题、观察、分析、归纳、验证的过程. 问题的设置一是培养学生发现问题的能力, 再者让学生经历从归纳推理到演绎推理的过程, 培养学生的归纳能力、概括与抽象化的能力.

做一做

这里的任务是“设计自己的运算程序”, 对于程度一般的学生, 如果没有教师的引导可能会觉



设计自己的运算程序

也许你会认为, 数字运算是数学中常见而又枯燥的内容, 但实际上, 它里面也蕴藏着许多不为人知的奥妙. 你相信吗?

想一想

(1) 写下任意一个四位数, 每个数位上的数字全都不相同. 重新排列各位数字, 使其组成一个最大的数和一个最小的数, 然后用最大的数减去最小的数, 得到差. 重复这个过程……

你得到了什么结果? 你有怎样的猜想?

(2) 采用同样的程序, 取一些三位数来试试, 会得到什么结果呢?

综合(1)(2), 你能提出进一步的猜想吗?

做一做

任意写下一个两位数, 用其数字之和的 10 倍减去该数, 对得到的结果重复上述步骤……

(1) 你发现了哪些结论? 有什么进一步的猜想?

(2) 试运用数学知识和方法解释自己猜想的正确性.

做一做

设计自己的运算程序, 以不同的三位数开始一遍又一遍地运用你的程序(运算结果不超过三位数), 你发现了什么?

想一想

对于不同的起始数字,反复运用任何一个固定的“运算程序”,由此顺序产生的数字总是会停留在某个数字或某几个数字上,或者以某种重复的方式循环,你认为会这样吗?为什么?

议一议

试运用数学的方法,科学地解释其中的道理,你能进一步提出新的问题吗?尝试解决它。

习题

1. 设计新的运算程序并对它的结果进行解释,看看有哪些新的发现。
2. 将 $2010 \times 2011 \times 2012 \times 2013 + 1$ 表示成一个自然数的平方,结果是多少?请你任意选取四个连续整数,将它们的积再加上1,并用一个自然数的平方表示所得的结果.你能从中发现什么规律?
3. 输入任意一个三位数,如325,重复该数,得到325 325,将该数除以7,然后除以11,再除以13,结果又回到原来输入的数.你能解释这个现象吗?假设我们从任意一个四位数开始,如3 245,我们要把它乘以多少,才能够得到32 453 245?如果任意取一个五位数呢?

得无所适从,所以,让学生设计自己的运算程序之前,建议教师先借助实例为学生解释清楚要求,或者师生共同探索某个运算程序(可参考解题方案),再让学生在合作交流的基础上进行运算活动.此处借助实例,更便于学生理解教学的意图,学生的思维可以从此展开,进一步探索.否则,学生可能理解为要求他找某个陷阱数,那样难度就大了.在活动过程中,难免有学生得出的循环节较长,教师应适当给予帮助.不要认为这是件很困难的事情,其实多数学生可以通过努力完成.但是也不乏有些没有耐心的学生,经过3次、4次运算之后就放弃了,所以总是不能成功.这时,我们要鼓励学生继续做下去,试试看。

想一想

这里的基本依据是“抽屉原理”.由于起始布置的任务是制定得到三位或更少位数字

的法则.因为在0到999之间只有1 000个整数出现,所以抽屉原理就保证了程序迟早会产生一个数列前面出现过的数字.因此,必然出现循环!最多也就是运用1 000次程序后循环.“为什么会循环现象”,这一问题具有一定的难度,学生可能会感到困惑,当然,也不要求学生必须自主探究发现,教师可以先引导学生观察、猜想、反思试验的过程,再以较为浅显的方式逐步呈现“原理”。

教学效果:出人意料的数字模式可以吸引学生,尤其当学生依据自己制定的运算程序得出结果时,更令他们兴奋不已.当学生回顾自己前面的做法,并得出:原来不论制定怎样的运算程序都会形成循环时,这个神秘的谜团被解开了.学生需要更多的归纳数学经验来帮助他们形成数学是创造性、动态的学科的看法,我们不能忽视实践、归纳的作用。

议一议

作为第 2 课时的内容,是前面知识的进一步加深.可以留作长作业,让学生在课下完成后,课上汇报交流.这里要求学生不仅能设计自己的运算程序,还要进行代数验证,同时鼓励学生在制定的运算程序中尽量包含多种运算,如除加减外,还应有乘除、乘方等运算.可以采用小组合作、课堂汇报、展示、交流相结合的形式,为学生提供充分的探索与合作的空间,让他们经历将实际问题转化成数学问题并设法求解的过程,积累数学活动经验,获得成功的体验.教师应就学生交流所获得的过程和结果提问,如怎么验证你得出的结果,在这个过程中你获得了什么,还能提出哪些新的问题等.

参考例题

1. 从 1~9 这 9 个数字中任意选择三个不同的数字,由这三个数字组成 6 个不同的两位数(个位数字与十位数字不重复),把这 6 个两位数相加,然后用所得的和除以这三个数字的和.

验证:设这三个数字分别是 a, b, c ,则它们组成的两位数分别是: $10a + b, 10a + c, 10b + a, 10b + c, 10c + a, 10c + b$,可得

$$(10a + b + 10a + c + 10b + a + 10b + c + 10c + a + 10c + b) \div (a + b + c) = 22(a + b + c) \div (a + b + c) = 22.$$

结果:总是 22.

2. 取任意三位数 abc ,将他们重复两次后生成一个六位数 $abcabc$,所有生成的六位数 $abcabc$ 都可以被 7, 11, 13, 77, 91, 143, 1 001 整除!所有生成的六位数除以 1 001 又回到原三位数.

验证:

$$\begin{aligned} & (100\,000a + 10\,000b + 1\,000c + 100a + 10b + c) \div 1\,001 \\ &= (100\,100a + 10\,010b + 1\,001c) \div 1001 \\ &= 100a + 10b + c. \end{aligned}$$

3. 以任意一个百位数比个位数至少大 2 的三位数开始,颠倒数位顺序再用大数减去小数得到差,将差的各位颠倒过来再加上差本身.

验证:

设三位数 abc ,其中 $a \geq c + 2$.颠倒数位并相减,得:

$$\begin{array}{r} a \qquad \qquad \qquad b \qquad \qquad \qquad c \\ -c \qquad \qquad \qquad b \qquad \qquad \qquad a \\ \hline (a-1-c) \qquad (10+b-1-b) \qquad (10+c-a) \end{array}$$

因为 $a > c$,所以我们应该错位,又因为 $(a - 1 - c)$ 不为零,所以需要 $a > c + 2$.十位数化简后得 9,把差的各位颠倒后相加

$$\begin{array}{r}
 (a-1-c) \qquad \qquad \qquad 9 \qquad \qquad \qquad (10+c-a) \\
 + \quad (10+c-a) \qquad \qquad \qquad 9 \qquad \qquad \qquad (a-1-c) \\
 \hline
 (a-1-c+10+c-a) \qquad (18) \qquad (10+c-a+a-1-c)
 \end{array}$$

化简后和为1 089.

结果：总是1 089.

4. 写下任何一个三位数，每位数字不全都相同. 百位数字乘以个位数字的积作为下一个数的百位数，百位数字乘以十位数字的积作为下一个数的十位数，十位数字乘以个位数字的积作为下一个数的个位数，如果积大于9，将个位和十位相加得个位数.

比如，以 832 开始：832, 766, 669, 999, …

推测：无论你以什么数开始，最终都会得到 0 或 999.

5. 以任何一个三位数开始. 如果它是 3 的倍数，那么除以 3 得到下一个数. 如果它不是 3 的倍数，那么把各位数相加的和再平方，得到下一个数.

比如，以 315 开始：315, 105, 35, 64, 100, 1, 1, 1, …

以 723 开始：723, 241, 49, 169, 256, 169, 256, 169, 256, …

推测：无论选择什么数开始，足够多地运用法则之后结果要么是 1, 1, 1, …要么是 169, 256, 169, 256, …循环.

6. 以任何一个三位数开始，把这个数的百位数字乘以 2，得到下一个数的百位数字. 如果乘以 2 后比 9 大，那么将两位数字相加得到一位数. 照此对起始数的十位数字和个位数字重复操作得到新的十位数字和个位数字.

比如，以 567 开始：567, 135, 261, 432, 864, 738, 567, 135, 261, …

推测：恰好六步以后，你总会再次得到初始数.

……

评价建议：本课题从整体上是一个开放性、研究性的课题，主要意图不在于回答一些具体问题，而是设置一种思考、探究的氛围，让学生在活动中经历实验、观察、猜想、验证和拓展的过程，从而感悟处理问题的策略和方法，积累数学活动的经验. 所以，在评价时，应更加注重过程性和发展性评价. 如学生在小组研究过程中是否从事了必要的活动步骤，在活动中是否积极实践，尝试反思，及时总结方法，抓住问题的核心去处理，并能将已有结论进行修正，从而提出新问题，得到新结论. 对于六年级学生，只要有这样一种意识去做，就应予以肯定，不一定必须获得成功才可以. 当然，不同的学生对问题解决的方案和结果一定会存在差距，这也可以作为我们评价学生学习效果的一部分.

针对各合作小组完成的课题报告进行评价，建议采用四个评价等级：A, B, C, D, 分别对应：优秀、良好、中等、基本合格. 一般情况，尽量不给予不合格的评价，除非其与 D 级水平有明显差异.

等级表现描述：

等级

标 准

- D
- 根据给定的运算程序得到 6 174 等数
 - 小组同学合作交流完成确定的操作程序，获得一些正确的课题活动结果
 - 没有完全掌握数字运算和整式运算的知识和方法
 - 不能从事完整的、必要的活动步骤，没有设计出合理、可行的运算程序
 - 对于问题的内涵理解不深，不能对运算程序形成的原理进行验证
 - 不能对所得的结论作进一步拓广
- C
- 从事了必要的活动步骤，根据给定的运算程序得到 6 174 等数
 - 小组同学合作交流完成确定的操作程序，获得正确的课题活动结果
 - 至少能制定一个合理、较为可行的运算程序
 - 基本掌握了数字运算和整式运算的知识和方法
 - 对于运算程序产生的原理基本清楚，但表述的条理性不太清晰，关键点抓得不到位
 - 对所得的结论作进一步的拓广也有一定的困难
- B
- 从事了必要的活动步骤，在活动中积极实践，尝试反思，及时总结方法
 - 能够根据给定的运算程序得到 6 174 等数
 - 熟练掌握数字运算和整式运算的知识和方法
 - 小组同学合作交流过程中能有效地体现个人的作用，规范的完成确定的操作程序
 - 能制定不同的合理、可行的运算程序，清晰、严谨地对已有结论进行验证，并向他人解释和表述问题的关键点
 - 能根据要求对结论作进一步的拓广，得到新的结论，并运用数学符号语言解释新结论的合理性
- A
- 在B等级的基础上再具备以下某方面，即可作为A等级：
 - 思维独特、严谨、认识问题的角度丰富，能依据已得的结论大胆提出新的富有创意的猜想，并能对猜想进行合理地修正，得到新结论，科学地解释结论的合理性
 - 有进一步提出新问题的能力，在解决问题的过程中，能创造性地应用知识或方法，设计周密的方案，并提出富有创意的验证思路
 - 有对验证过程和所得结论进行反思的意识，并将经验用于解决进一步提出的新问题中

第七章 相交线与平行线

一、《标准》要求

1. 理解对顶角、余角、补角等概念，探索并掌握对顶角相等、同角（等角）的余角相等、同角（等角）的补角相等的性质.
2. 理解垂线、垂线段等概念，能用三角尺或量角器过一点画已知直线的垂线.
3. 理解点到直线的距离的意义，能度量点到直线的距离.
4. 掌握基本事实：过一点有且只有一条直线与已知直线垂直.
5. 识别同位角、内错角、同旁内角.
6. 理解平行线概念；掌握基本事实：两条直线被第三条直线所截，如果同位角相等，那么这两条直线平行.
7. 掌握基本事实：过直线外一点有且只有一条直线与这条直线平行.
8. 掌握平行线的性质定理：两条直线被第三条直线所截，同位角相等；*了解平行线性质定理的证明.
9. 能用三角尺和直尺过已知直线外一点画这条直线的平行线.
10. 探索并证明平行线的判定定理：两条直线被第三条直线所截，如果内错角相等（或同旁内角互补），那么两条直线平行；探索并证明平行线的性质定理：两条平行直线被第三条直线所截，内错角相等（或同旁内角互补）.
11. 了解平行于同一条直线的两条直线平行.
12. 能用尺规完成基本作图：作一个角等于已知角。（说明：以上“课标要求”中的第5，7，8，9，11条，属于学段终极目标，本套教材的编写将分阶段实施，现阶段关于演绎推理的要求以“教学目标”为准，终极目标的实现安排在七年级下册）

二、教学目标

1. 经历观察、操作（包括测量、画、折）、想象、推理（本章侧重合情推理）、交流等过程，积累数学活动经验，发展空间观念、推理能力和有条理表达的能力.
2. 在现实情境中了解平面上两条直线的相交与平行的位置关系，能用符号表示互相平行或垂直的直线，了解垂线的有关性质.
3. 在具体情境中了解对顶角、补角、余角的概念，知道同角（等角）的余角相等、同角（等角）的补角相等、对顶角相等.
4. 能用三角尺和直尺过已知直线外一点画这条直线的平行线.
5. 经历探索直线平行的条件以及平行线特征的过程，掌握平行线的判定定理和性质定理.
6. 能用尺规作一个角等于已知角.

7. 进一步激发学生对数学方面的兴趣，体验从数学的角度认识世界。

三、设计思路

根据《标准》的要求，关于图形与几何部分的整体教学目标确定为：在探索、发现、确认、证明图形性质的过程中，借助几何直观，把复杂的数学问题变得简明、形象，发展空间观念和推理能力。

推理是数学的基本思维方式，一般包括合情推理和演绎推理：合情推理是从已有的事实出发，凭借经验和直觉，通过归纳和类比等推测某些结果；演绎推理是从已有的事实（包括定义、公理、定理等）出发，按照规定的法则（包括逻辑和运算）证明结论。在解决问题的过程中，合情推理有助于探索解决问题的思路，发现结论；演绎推理用于证明结论的正确性。

关于几何直观和推理能力的发展，应贯穿在整个数学学习过程中，理所当然地也应该贯穿在本章内容的学习过程中。

相交线、平行线在现实生活中随处可见，同时，它们又构成同一平面内两条直线位置的基本关系。学生在小学阶段学习了一些简单的图形，在本册第五章也进一步认识了一些基本的平面几何图形。

基于《标准》的要求和学生的实际，本章设计的总体思路是：在生动的问题情境和丰富的数学活动中，探索相交线、平行线的有关事实；以直观认识为基础进行简单地说明，将几何直观与简单推理相结合，发展空间观念和推理能力；借助平行的有关结论解决一些简单的实际问题。

为此，教科书共安排了4节内容：

第1节“两条直线的位置关系”，首先从反映生活中存在的两条直线位置关系的图片的观察入手，提出两条直线的两种位置关系（相交与平行），接着介绍对顶角的概念及其性质，然后借助图7-2学习补角、余角，使学生在直观情景中，认识相交线所成的角及其基本结论。

第2节“探索直线平行的条件”、第3节“平行线的性质”，教科书通过设置观察、操作等探究活动，按照“先探索直线平行的条件，再探索平行线的性质”顺序呈现、展开平行线的有关内容。其中，在探索直线平行的条件中自然引入“三线八角”，并试图在探索性质和解决问题的过程中，加深对直线平行的理解，进一步发展学生的空间观念。

第4节，“用尺规作角”，在学生学习“用尺规作一条线段等于已知线段”的基础上，学习“用尺规作一个角等于已知角”，并用规范的尺规作图语言加以叙述，给出了尺规作图的范例。

在内容的呈现方式上，综合考虑学生年龄状况、认知特点，以及培养几何直观、数学推理能力的需要，教材力求为学生提供生动有趣的问题情境，提供观察、操作、推理、交流等丰富的数学活动平台。

本套教科书就发展学生推理能力的安排，分两个阶段：七年级下册“平行线的有关证

明”之前为第一阶段，侧重于合情推理能力的培养，即凭借经验和直觉，通过归纳和类比等推断图形的某些性质等，同时渗透演绎推理的有关思想；从“平行线的有关证明”开始正式学习证明的必要性、证明的形式化表述，并对在此之前得到的有关图形（如平行线、三角形及全等三角形）的结论或明确为“基本事实”，或给以严格的推理证明；在此之后，学习四边形内容时，则合情推理与演绎推理并举，对四边形图形性质、判定，先用合情推理方法归纳猜想出结论，再用演绎推理对猜想的结论进行严格地证明，此时，证明作为探索活动的自然延续和必要发展，学生对数学推理的理解和运用就更加全面、深刻，推理能力得到全面发展。

基于以上安排，对于《标准》要求的有关相交线、平行线的基本事实、判定定理、性质定理，教科书在本章均没有明确标明，更没有给出定理的证明，仅将其作为合情推理得出的结论，而一律以黑体字呈现。到七年级下册，教材对上述内容的要求和学生的学习方完全达到《标准》要求的终极目标。

关于推理过程的表述，本册采用符合自然语言的文字表述，一方面是降低学生学习难度，另一方面也是为后面学习演绎推理的形式化表述做铺垫。

四、课时安排建议

1 两条直线的位置关系	2课时
2 探索直线平行的条件	2课时
3 平行线的性质	2课时
4 用尺规作角	1课时
回顾与思考	1课时

五、教学建议

1. 认真研读《标准》，领会教科书的编写意图，正确把握和落实教学目标。

《标准》总结十多年课改的经验和教训，为我们进一步深化数学课程改革不仅提出了方向性的要求，而且提出了很多有意义的教学建议，在教学前必须反复地认真研读。

教科书是为实现《标准》的要求编写的，是“实现数学课程目标、实施数学教学的重要资源”，领会教科书的编写意图是用好这个资源的重要环节。

围绕本章相交线与平行线的内容，我们建议：

(1) 认真学习《标准》关于空间观念、几何直观等核心思想的表述，始终注重学生空间观念、几何直观的发展。

发展空间观念，必须以学生自己的空间感觉和体验为基础。教师应立足于学生的生活经验和已有的数学活动经验，充分挖掘和利用现实生活中与相交线、平行线密切相关的现实背景，尽可能从学生感兴趣的话题出发，创设有利于发展学生空间观念的学习情境。

问题情境的创设，既要注意从现实情境中抽象出平行线、相交线的模型（即平行线、相交线是对现实生活中大量现象的一种刻画），也要注意借助几何直观发展空间观念。问

题情境的选材，既可以充分利用教科书中的题材，也可以创设更符合本地学生的现实的、有趣的情境，还可以让学生自己从生活中寻找素材。

发展空间观念，需要学生亲自经历观察、操作、想象、推理与交流等数学活动，教师要给学生留有充分探索和交流的空间，鼓励学生运用多种方法进行探索，并尽可能多地发现有关图形的事实。特别地，教师应重视学生的动手操作以及在操作过程中的思考。

发展学生空间观念的基本途径多种多样。培养空间观念需要大量的实践活动，学生要有充分的时间和空间观察、测量、动手操作，对周围环境和实物产生直接感知，这些都不仅需要自主探索、亲身实践，更离不开大家一起动手、共同参与。观察、操作、归纳、类比、猜测、变换、直观思考等对形成空间观念有重要作用的手段，只有在大家共同探讨、合作解决问题的过程中才能不断生成和发展，并得到提升。通过合作交流可以更清楚地明确自己对空间的看法，并有机会分享各自的想法。大家的共同感受对促进空间观念的发展具有重要意义。

(2) 要全面理解数学推理能力，努力把握培养学生推理能力的阶段性要求。

根据教科书的整体安排，现阶段关于推理能力的培养以合情推理能力为主。教师要在数学活动中借助几何直观培养学生归纳、类比、联想等合情推理能力。要有意识地逐步培养学生有条理地思考、表达和交流，引导学生在活动中自觉地进行思考，自觉地用自己的语言说明操作的过程，并尝试解释其中的理由。

对于“说理”的学习，应循序渐进，注意控制难度。说理要求基本控制为一步，同时鼓励学生运用自己的语言清晰地表达自己的发现或说明理由。在书写格式上对“说理”不作统一要求，既可以用自然语言，也可以结合在图中标示进行说明，学生如果采用其他的方法，只要能说清楚均可。不要急于要求学生进行书写，特别是不要急于要求学生进行形式化的表述。

需要说明的是，有关两条直线平行的判断和平行线特征的例题，教材给出的解答主要提供学生阅读理解，为今后培养推理能力做铺垫，而不是要求学生现在就按照例题解答的格式书写，这一点在教学中要注意把握，不可操之过急。

数学语言的学习对数学思维能力的培养具有十分重要的意义。数学语言及其使用，是数学表达和进行数学思考的重要形式。

几何学习的难度不仅仅在于演绎推理有一定难度，而且在于数学语言三种形式（文字语言、图形语言和符号语言）的转换，在开始学习“图形与几何”就要重视三种形式的数学语言的转换，这不仅是学习演绎推理时要注意，在学习尺规作图时也要注意。

2. 重视学生的主体地位，引导学生积极参与、经历教学活动过程，在活动过程中感悟数学思想，积累数学活动经验。

(1) 体现学生的主体地位，首先爱护、信任、尊重学生，以平等、民主的态度对待他们，要使学生积极、主动地探索求知，必须在民主、平等、友好合作的师生关系的基础上，创设愉悦和谐的学习气氛。教师应鼓励学生大胆地提出自己的见解，即使有时学生说得不准确、不完整，也要让他们把话说完，保护学生的积极性。

本章内容是“图形与几何”的入门，就知识点而言，学生的起点是相同的，但是就数学思维能力、学生学习习惯等方面的发展就不可能整齐划一了，因此差异是存在的，必须正视，必须及早关注。不仅要关注基础知识、基本能力的差异，而且要关注学生情感态度的发展，既要注意正确维护他们的自尊心，鼓励、增强他们的自信心，同时耐心而恰当地进行养成教育。

(2) 让学生多观察、多思考、多讨论，增加参与机会。

教师在教学设计时，应当给学生留有足够的时间和空间经历观察、实验、猜测、计算、推理、验证等活动过程。

教师要主动把课堂教学活动的多分给学生使用，把课堂教学活动的内容多留些给学生处理解决，教师做好组织、设计、指导和点拨工作。这样，不仅学生的主体地位得到了落实，而且让学生有充分的时间积极地学习数学，这是培养学生自主学习能力的保障。

逐步培养学生质疑问难的能力，是发挥学生主体作用的重要措施。留给学生质疑的空间，使其养成多思善问的习惯，可以激发学生主动探究的意识，提高学习的兴趣和效率。全方位、多渠道培养学生的质疑能力，能使学生从被动学习变为主动学习，进而达到拓展学生思维的目的。

引导学生独立思考、主动探索、合作交流，使学生理解和掌握基本的数学知识与技能，体会和运用数学思想和方法，获得基本的数学活动经验。

让学生从事观察、测量、拼摆、折叠、画图等活动，要帮助他们有意识地积累数学活动经验，获得成功的体验。例如，在“平行线的性质”中，教科书只提供了运用测量进行探索的活动，教师还可以鼓励学生利用其他的方法进行探索，如可以剪下一组同位角中的一个，把它贴在另一个上面观察两个角是否重合，在此基础上，教师还可以安排“你还能探索出平行线的哪些性质”的实践活动，鼓励感兴趣的学生积极参与。

六、评价建议

1. 关注对学生观察、操作、探索图形性质等活动过程的评价。

在本章的学习中，学生花费了较多的时间进行观察、操作和探索图形性质等活动，这些活动对于帮助他们有意识地积累基本的数学活动经验，获得成功的体验，发展他们的空间观念具有重要的价值。因此，对上述活动过程的考查应当成为评价的首要方面。

注重对学生观察、操作、探索图形性质等活动进行评价，包括学生在活动中的主动性、参与程度、与同学合作与交流的意识、思考与表达的条理性等。

上述评价可以从以下两个方面进行：一是评价学生在具体活动中的投入程度——能否积极、主动地从事各项活动，向同伴解释自己的想法，听取他们的建议和意见等；二是评价学生在活动中的表现——能否在活动中主动地进行思考；能否通过独立思考探索出图形的某些性质；能否有条理地表达自己的活动过程和思考结果，在活动中能否有独特的发现；能否反思自己的活动过程并提出一些新的数学问题等。

例如，在对“同位角相等，两直线平行”的探索活动进行评价时，可以考查学生能否

积极地从事教科书所提供的活动；是否在活动中进行了思考，归纳出“同位角相等，两直线平行”的事实；是否主动改变木条的位置以考虑一般的结论；能否将自己的发现与同伴进行交流，并从中获益；是否还能发现其他的探索方法或有关结论。

需要注意的是，对学生探索出来的教科书以外的特征，可以作出个别性的评价，赞赏和鼓励探索精神，但不作全班要求。

2. 关注学生对知识技能的理解和应用的评价。

对知识技能理解和应用的评价应注重对有关概念和图形性质的理解，对简单的画图等有关技能的实际操作和在新情境中的应用。

例如，可以考查学生能否识别现实生活中大量存在的相交线、平行线；能否借助具体情境理解有关的几何事实；能否依据相交线、平行线的有关事实，解释现实世界中的一些现象或解决一些实际问题；能否根据需要进行恰当地操作，并用自己的语言说明操作过程和理由。

评价学生对知识技能的理解和应用情况，除通常所用的提问、笔试、作业分析等方式外，也可以采取动手操作和语言表达相结合的方法。如考查学生对平行线有关事实的理解时，可以让学生在黑板上利用推三角尺的方法先画出两条互相平行的直线，并说明画图过程的合理性；然后画一条与两条平行线都相交的直线，指出三条直线所成角之间的等量关系，并说明理由。

3. 注意把握对学生“说理”过程和水平评价的度。

对于学生推理能力的培养，本套教科书严格遵循《标准》的要求，充分考虑了学生生理和心理的发展，采取分阶段、分步骤、螺旋式上升的方法，因此，现阶段对学生“说理”过程和水平进行评价时，一定要注意控制“说理”难度（基本控制为一步）；要采用多种“说理”形式，不要局限于书面表述一种形式。例如，可以采取口试的形式，要求学生口头表述理由，鼓励学生运用自己的语言清晰地表达自己的发现或说明理由，只要清楚、正确即可；不要苛求“说理”的统一格式，不要将教材中有关例题解答过程的表述作为学生书面“说理”的评价标准，尤其要注意不要脱离学生发展阶段，过早地要求形式化表述。

第七章 相交线与平行线

生活中处处可见山川、道路、房屋、桥梁……在这些大自然的杰作和人类的创造物中，蕴藏着大量的相交线与平行线。你能从窗棂和桥梁图中找到相交线与平行线吗？

在这一章里，我们将发现相交线与平行线的一些特征，并探索两条直线平行的条件。我们还将利用圆规和没有刻度的直尺，尝试着作一些简单的图案！

学习目标

- 探索对顶角相等这一性质。
- 探索平行线的特征以及判别直线平行的条件。
- 能用尺规作一个角等于已知角。
- 积累探究图形性质的活动经验，感受推理的作用。

主题图以一座宏伟的大桥为主场景，以我国古代的窗棂图案为副场景，将本章的主要学习内容呈现出来。

对本图的阅读，可以使學生体会到生活中大量存在平行线与相交线，激发学习本章内容的兴趣。

教学目标

1. 经历观察、操作、推理、交流等过程，进一步发展空间观念、推理能力和初步的有条理表达的能力。

2. 在生动有趣的情境中，了解两条直线的相交和平行关系。

3. 在具体情境中理解对顶角、补角、余角等概念，掌握对顶角相等、等角的余角相等、等角的补角相等，并能解决一些实际问题。

4. 通过画、折等活动，进一步丰富对两条直线互相垂直的认识，掌握两条直线互相垂直的符号表示。

5. 会借助三角尺、量角器、方格纸画垂线，积累操作活动经验。

6. 通过操作活动，探索并了解有关两条直线互相垂直的一些性质。

1 两条直线的位置关系

观察下面几幅生活中的图片：



图 7-1

我们知道，在同一平面内，两条直线的位置关系有相交和平行两种。若两条直线只有一个公共点，我们称这两条直线为相交线（intersecting lines）。在同一平面内，不相交的两条直线叫做平行线（parallel lines）。

议一议

如图 7-2，直线 AB 与 CD 相交于点 O ，那么 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的位置有什么关系？它们的大小有什么关系？为什么？与同伴进行交流。

在图 7-2 中，直线 AB 与 CD 相交于点 O ， $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 有公共顶点 O ，它们的两边互为反向延长线，这样的两个角叫做对顶角（vertical angles）。

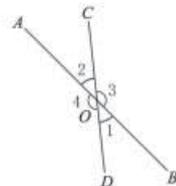


图 7-2

在图 7-2 中，还有其他的角也构成对顶角吗？

对顶角有如下性质：

对顶角相等。

本节内容安排两课时，第 1 课时在引出平面内两条直线位置关系（相交、平行）后，学习两条相交直线所成的对顶角以及余角、补角的概念和性质；第 2 课时，学习两条直线垂直及其性质。

本节内容，概念较集中，对概念的理解，要引导学生紧扣两条直线相交这个前提：对顶角、余角、补角都是两条直线相交而成，两条直线垂直也在相交的前提下；要注意学生学习活动过程的安排、指导，对演绎推理能力的要求不要过早、过急。

本节课呈现的顺序是：由观察生活中的图片入手，引出同一平面内两条直线的两种位置关系→两条相交直线所成角→对顶角及其性质→余角、补角及其性质。

议一议

目的是引出对顶角的概念和“对顶角相等”的结论.

教学中,教师应引导学生在观察和独立思考的基础上,在与同伴交流的过程中,鼓励学生运用自己的语言表达自己的发现,并说明理由.

关于对顶角概念的教学,要紧紧抓住两条直线相交这个条件,不要在“有公共顶点、互为反向延长线”上纠缠.

关于“对顶角相等”,此处可借助平角定义和等式的性质(等式的两边都减去同一个数或式,等式仍然成立)得出:

$\angle AOB$ 和 $\angle COD$ 都是平角,即 $\angle AOC + \angle COB = \angle COB + \angle BOD$,等式两边都减去 $\angle COB$,得 $\angle AOC = \angle BOD$.

想一想

在图 7-2 中, $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 有什么数量关系?

如果两个角的和是 180° , 那么称这两个角互为补角 (supplementary angle).

类似地, 如果两个角的和是 90° , 那么称这两个角互为余角 (complementary angle).

在图 7-2 中, 还有其他的角也构成互为补角的关系吗?

做一做

图 7-3 给出的是台球桌面的实景图, 图 7-4 则是由实景图抽象出的几何图形, 教学时要注意引导学生了解抽象的必要性和抽象的过程 (含图形中字母的标注).

两个问题的设计, 目的是引导学生探索出“同角或等角的余角相等, 同角或等角的补角相等”的结论.

(1) $\angle 3$ 与 $\angle 4$ 相等. 因为 $\angle 3 = 90^\circ - \angle 1$, $\angle 4 = 90^\circ - \angle 2$, 而 $\angle 1 = \angle 2$.

(2) $\angle AOC$ 与 $\angle BOD$ 相等. 因为 $\angle AOC = 180^\circ - \angle 1$, $\angle BOD = 180^\circ - \angle 2$, 而 $\angle 1 = \angle 2$.

做一做

如图 7-3, 打台球时, 选择适当的方向用白球击打红球, 反弹后的红球会直接入袋, 此时 $\angle 1 = \angle 2$.

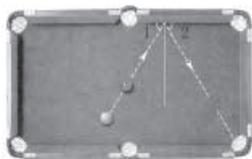


图 7-3

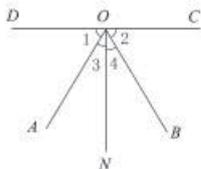


图 7-4

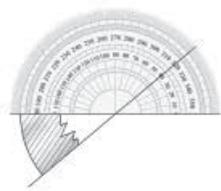
将图 7-3 简化为图 7-4, ON 与 DC 相交所成的 $\angle DON$ 和 $\angle CON$ 都等于 90° , 且 $\angle 1 = \angle 2$. 在图 7-4 中:

- (1) 有哪些角互为补角? 有哪些角互为余角?
- (2) $\angle 3$ 与 $\angle 4$ 有什么关系? 为什么?
- (3) $\angle AOC$ 与 $\angle BOD$ 有什么关系? 为什么?

同角或等角的余角相等, 同角或等角的补角相等.

随堂练习

如图所示, 有一个破损的扇形零件, 利用图中的量角器可以量出这个扇形零件的圆心角的度数. 你能说出所量角是多少度吗? 你的根据是什么?



对于结论的归纳, 要注意对“等角”的理解, 至于理由, 则不要求学生表述得完整、严密、规范, 教师应鼓励学生运用自己的语言表达自己的发现, 并说明理由.

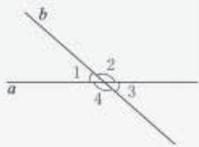
随堂练习

目的是利用学习过的有关事实解决实际问题, 体会数学在生活中的应用. 学生的方法可能不唯一, 可以根据对顶角相等得出所量角的度数是 40° , 也可以利用补角得出所量角的度数是 $180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$.

习题 7.1

知识技能

1. 如图, 直线 a, b 相交, $\angle 1 = 42^\circ$, 求 $\angle 2, \angle 3, \angle 4$ 的度数.



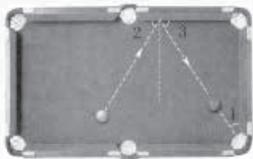
(第1题)

数学理解

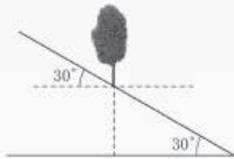
2. 互为补角的两个角可以都是锐角吗? 可以都是直角吗? 可以都是钝角吗?

问题解决

3. 如图, 在长方形的台球桌面上, $\angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$, $\angle 2 = \angle 3$, 如果 $\angle 2 = 58^\circ$, 那么 $\angle 1$ 等于多少度?



(第3题)

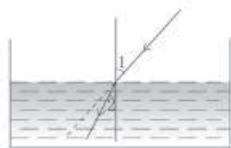


(第4题)

4. 如图, 一棵树生长在 30° 的山坡上, 树干与山坡所成的角是多少度?

联系拓广

5. 当光线从空气射入水中时, 光线的传播方向发生了改变, 这就是折射现象 (如图所示). 图中 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是对顶角吗?



(第5题)

习题 7.1

- $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 是对顶角, 根据对顶角相等, 所以 $\angle 3 = \angle 1 = 42^\circ$;
 $\angle 2$ 与 $\angle 4$ 都是 $\angle 1$ 的补角, 根据同角的补角相等, 所以 $\angle 2 = \angle 4 = 180^\circ - \angle 1 = 180^\circ - 42^\circ = 138^\circ$.
- 互为补角的两个角不可以都是锐角, 也不可以都是钝角, 可以都是直角.
- 32° .
- 树与山坡所成的角有两个, 分别是 60° 或 120° .
- 不是.

本节课呈现的顺序与上节课大致相同，仍然从生活中的图片入手，引出两条直线互相垂直、垂足的概念，给出两条直线互相垂直的符号表示→通过画、折等操作活动进一步丰富对两条直线互相垂直的认识→引导学生探索两条直线互相垂直的一些性质→给出点到直线的距离的概念，并介绍实际生活的应用。

图 7-6 中的两条互相垂直的直线，一条是水平的，另一条是铅直的，而图 7-7 中的互相垂直的两条直线，既没有水平的也没有铅直的，目的是突出两条直线互相垂直概念中“相交成直角”这个关键，避免学生对垂直的位置关系的认识产生误解。

在介绍垂直符号时，两幅图分别对应直线的两种表示方法（大写字母与小写字母）。

观察图 7-5，你能找出其中相交的线吗？它们有什么特殊的位置关系？

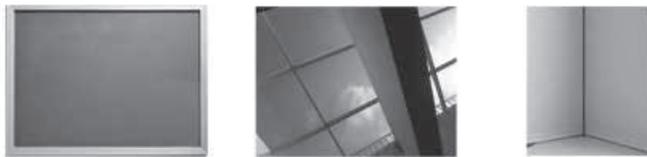


图 7-5

两条直线相交成四个角，如果有一个角是直角，那么称这两条直线互相垂直 (perpendicular)，其中的一条直线叫做另一条直线的垂线，它们的交点叫做垂足。

通常用符号“ \perp ”表示两条直线互相垂直。如图 7-6，直线 AB 与直线 CD 垂直，记作 $AB \perp CD$ ；如图 7-7，直线 l 与直线 m 垂直，记作 $l \perp m$ 。其中，点 O 是垂足。

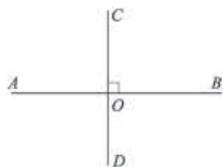


图 7-6

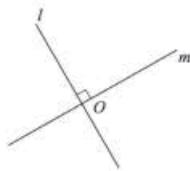


图 7-7

做一做

1. 你能借助三角尺在一张白纸上画出两条互相垂直的直线吗？
2. 如果只有直尺，你能在如图 7-8 所示的方格纸上画出两条互相垂直的直线吗？

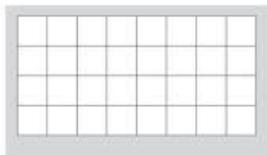


图 7-8

3. 你能用折纸的方法折出互相垂直的直线吗？试试看！

做一做

鼓励学生探索画垂线的方法，积累数学活动经验。

1. 方法不唯一，只要正确、可操作即可。
2. 只用直尺，可以在方格纸上画两条互相垂直的直线，方法不唯一。
3. 略。

学生在操作和交流的过程中，将积累有关两条直线垂直的经验，发展有条理的思考和表达能力。

想一想

1. 如图 7-9 (1), 点 A 在直线 l 上, 用三角尺或量角器过点 A 画直线 l 的垂线, 你能画出多少条? 如果点 A 在直线 l 外呢 (如图 7-9 (2))?



图 7-9

平面内, 过一点有且只有一条直线与已知直线垂直.

2. 如图 7-10, 点 P 是直线 l 外一点, $PO \perp l$, 点 O 是垂足. 点 A, B, C 在直线 l 上, 比较线段 PO, PA, PB, PC 的长短, 你发现了什么?

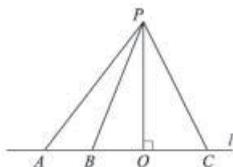


图 7-10

如图 7-10, 点 P 是直线 l 外一点, $PO \perp l$, 垂足为点 O , 线段 PO 叫做点 P 到直线 l 的垂线段.

直线外一点与直线上各点连接的所有线段中, 垂线段最短.

在图 7-10 中, 垂线段 PO 的长度叫做点 P 到直线 l 的距离.

议一议

你知道体育课上老师是怎样测量跳远成绩的吗? 你能说说其中的道理吗?



想一想

1. 无论点 A 在直线上, 还是在直线外, 过点 A 均只能作一条的垂线. 教师要鼓励学生运用自己的语言描述所得到的结论.

2. PO 最短.

点到直线的距离是十分重要的概念, 也是初学者易错之处, 教学中要注意引导学生归纳“想一想”的结论, 在学习垂线性质的基础上引出点到直线的距离的概念.

议一议

由裁判在距离踏板最近的跳远落地点插上作为标记的小旗, 以小旗的位置为尺子的零点, 将尺子拉直, 并与踏板边沿所在直线垂直, 则垂足点上尺子表示的数字即为跳远成绩, 这实质上是“点到直线距离”这一概念的应用.

随堂练习

1. 略.

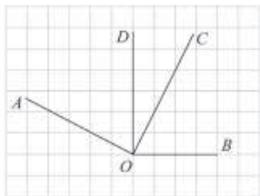
2. (1) $AO \perp CO, DO \perp BO$.

(2) $AC \perp BC, AC \perp CE,$
 $AC \perp BE, DC \perp BC, DC \perp CE,$
 $DC \perp BE, DA \perp BC, DA \perp CE,$
 $DA \perp BE$.

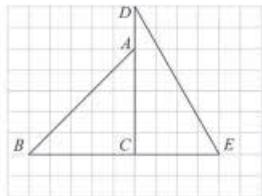
本题中的两个图，均置于方格纸中，目的是利于学生直接利用方格纸中小正方形作出判断，找出图中互相垂直的线段，若没有方格纸，则难以确定结论.

随堂练习

- 画一条直线 l ，在直线 l 上取一点 A ，在直线外取一点 B ，分别经过点 A, B 用三角尺或量角器画直线 l 的垂线.
- 分别找出下列图中互相垂直的线段.



(1)



(2)

(第2题)

习题 7.2

知识技能

- 你能在生活中找到互相垂直的线段吗?
- 如图，如果把街道近似地看做直线，那么哪些街道互相平行？哪些街道互相垂直？



(第2题)

问题解决

- 如图，要把水渠中的水引到 C 点，在渠岸 AB 的什么地方开沟，才能使沟最短？画出图形，并说明理由.



(第3题)

习题 7.2

1. 略.

2. 互相平行的街道：东直门外大街与建国门外大街；东二环与东三环、东四环.

互相垂直的街道：东二环与建国门外大街；东三环与建国门外大街；东四环与建国门外大街；东直门外大街与东二环；东直门外大街与东三环；东直门外大街与东四环.

3. 过点 C 作渠岸 AB 的垂线，垂足为点 D ，在点 D 处开沟能使沟最短. 因为直线外一点与直线上各点连接的所有线段中，垂线段最短.

2 探索直线平行的条件

在日常生活中,人们经常用到平行线.如图 7-11,装修工人正在向墙上钉木条.如果木条 b 与墙壁边缘垂直,那么木条 a 与墙壁边缘所夹角为多少度时,才能使木条 a 与木条 b 平行?^[1]



图 7-11

你知道其中的理由吗?

如果木条 b 不与墙壁边缘垂直呢?

做一做

如图 7-12, 三根木条相交成 $\angle 1$, $\angle 2$, 固定木条 b, c , 转动木条 a .

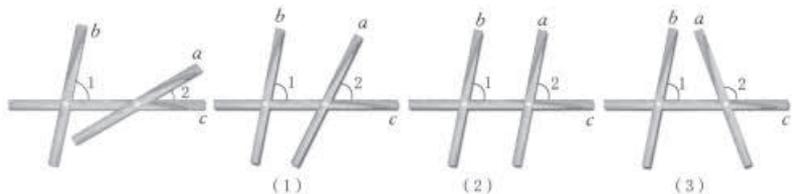


图 7-12

图 7-13

如图 7-13, 在木条 a 转动的过程中, 观察 $\angle 2$ 的变化以及它与 $\angle 1$ 的大小关系, 你发现木条 a 与木条 b 的位置关系发生了什么变化? 木条 a 何时与木条 b 平行?

改变图 7-12 中 $\angle 1$ 的大小, 按照上面的方式再做一做. $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的大小满足什么关系时, 木条 a 与木条 b 平行? 与同伴进行交流.

如图 7-14, 具有 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 这样的位置关系的角称为同位角 (corresponding angles). $\angle 3$ 与 $\angle 4$ 也是同位角.

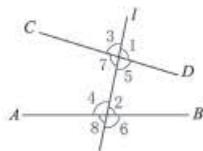


图 7-14

在图 7-14 中, 找出其他的同位角.

只要能识别即可, 不要、也不必人为编造一些复杂的问题.

本课时呈现的顺序, 从装修工人钉木条这个情境入手, 提出直线平行条件的问题, 激发学生学习兴趣→通过操作活动木条, 直观认识“同位角相等, 两直线平行”的结论→在根据“同位角相等, 两直线平行”画平行线的过程中, 发现平行线的有关性质.

^[1] 教科书首先安排“木条与墙壁边缘垂直”这一特殊的情况, 学生根据自己的生活经验自然会得到: 木条 a 与墙壁边缘所夹角为直角时, 木条 a 与木条 b 平行.

教学目标

1. 经历观察、操作、想象、推理、交流等活动, 进一步发展空间观念、推理能力和有条理表达的能力.

2. 经历探索直线平行的条件的过程, 掌握直线平行的条件, 并能解决一些问题.

3. 会用三角尺过已知直线外一点画这条直线的平行线.

本节内容安排两课时, 第 1 课时, 主要学习“同位角相等, 两直线平行”的探索和平行线性质, 第 2 课时, 学习“内错角相等, 两直线平行”“同旁内角互补, 两直线平行”, 其间分别介绍同位角、内错角、同旁内角概念.

需要注意的, 一是直线平行的条件是通过合情推理得到的, 在探索过程中注意借助几何直观, 培养学生的空间观念和合情推理能力; 二是对同位角、内错角、同旁内角的概念, 是用来判断直线平行的,

做一做

教材设置“转动木条”活动的目的，是希望学生在操作活动中，通过观察、归纳，直观认识“同位角相等，两直线平行”的结论。

教师应鼓励学生亲自动手操作（可以利用钉在一起的纸条作为学具），通过对操作过程的观察、思考，学生会感悟到：木条 a 、 b 的位置关系与 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 的大小关系密切相关：当 $\angle 1 = \angle 2$ 时，木条 a 、 b 所在的直线平行。

在此基础上，教材自然引出同位角的描述性说明，从而使得前面得到的具体的结论能够提升到利用同位角的数量关系判断直线平行的一般性结论。

上述操作过程及经过观察、思考得出结论的过程，体现了从特殊归纳出一般的方法，因此在操作活动中应关注学生是否主动改变木条的位置，否则，一般性结论的得出是没有归纳基础的。

注意，对于同位角的识别不要做过多练习。

两条直线被第三条直线所截，如果同位角相等，那么这两条直线平行。

简称为：同位角相等，两直线平行。

两直线平行，用符号“ \parallel ”表示。如直线 a 与直线 b 平行，记作 $a \parallel b$ 。

想一想

你能借助三角尺画平行线吗？小明按如下方法画出了两条平行线，请说明其中的道理。

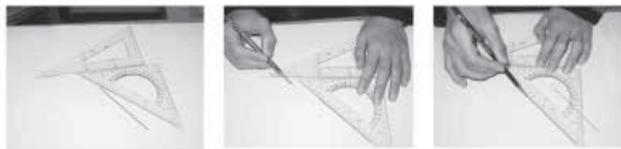


图 7-15

做一做

(1) 你能过直线 AB 外一点 P 画直线 AB 的平行线吗？能画出几条？

(2) 在图 7-16 中，分别过点 C, D 画直线 AB 的平行线 EF, GH 。 EF 与 GH 有怎样的位置关系？

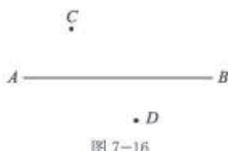


图 7-16

过直线外一点有且只有一条直线与这条直线平行。
平行于同一条直线的两条直线平行。

也就是说：如果 $b \parallel a, c \parallel a$ ，那么 $b \parallel c$ （如图 7-17）。



图 7-17

想一想

利用移动三角尺的方法画平行线，不仅要求学生会用此种方法过已知直线外一点画这条直线的平行线，而且要求学生能利用“同位角相等，两直线平行”的结论解释画法的合理性，这是操作与说理的最初的结合。

学生对画法合理性的解释，只要正确即可，对表述的语言不必过于苛求。

做一做

鼓励学生在画平行线的过程中展开思考，发现平行线的有关性质，并用自己的语言加以描述，要注意引导学生关注平行线性质的符号表示，但不要求说明理由。

随堂练习

鼓励学生运用自己的语言说明理由，并进行交流，不必强求每个学生都用严密的推理说明理由。

1. $AB \parallel CD$, $EF \parallel GH$. 有的学生可能根据以往的经验知道线段 EF , GH 与线段 AB , CD 相交所成的锐角都是 45° , 由此得到结论. 有的学生可能从直观上得出线段 EF , GH 与线段 AB , CD 相交所成的锐角都相等, 由此得到结论. 至于为什么都是 45° 或为什么相等, 不要求学生说明理由.

2. 直线 AB 与 CD 平行.

习题 7.3

鼓励学生运用自己的语言说明理由.

1. 图中有两组互相平行的直线: $a \parallel b$, $m \parallel n$.

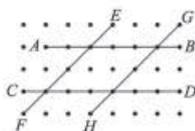
2. 在方格纸上画平行线, 方法多种多样, 一般地, 有水

平、垂直和斜画三种方式. 对于前两种方式, 学生都能想到, 必要时, 教师应提醒或启发学生尝试后一种方式. 其实, 过不在同一直线上的任意两个方格点画一条直线, 这两个方格点实际上是由若干相邻方格组成的矩形的两个顶点, 而所画直线则是过这个矩形的对角线的一条直线, 此后再按相同的方式画出另一条直线, 就可以得到一组平行线.

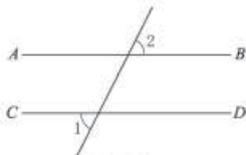
3. 能. 学生的方法可能不唯一, 只要合理都应鼓励. 例如, 分别折出两条与纸的某边缘垂直的线, 所得的两条折痕就是互相平行的.

随堂练习

1. 找出下面点阵 (点阵中相邻的四个点构成正方形) 中互相平行的线段.



(第 1 题)



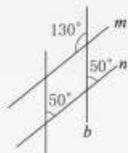
(第 2 题)

2. 如图, $\angle 1 = \angle 2$, 直线 AB , CD 平行吗?

习题 7.3

知识技能

1. 找出下图中互相平行的直线.



(第 1 题)



(第 2 题)

2. 如果只有直尺, 你能在如图所示的方格纸上画出平行线吗?

数学理解

3. 你能用一张不规则的纸 (比如图示的四边形纸) 折出两条平行的直线吗? 与同伴说说你的折法.



(第 3 题)

4. 图(1)是一种画平行线的工具. 在画平行线之前, 工人师傅往往要先调整一下工具(图(2)), 然后再画平行线(图(3)), 你能说明这种工具的用法和其中的道理吗?



(1)



(2)



(3)

(第4题)

5. 直线 l 的同侧有 A, B, C 三点, 如果 A, B 两点确定的直线 l_1 与 B, C 两点确定的直线 l_2 都与 l 平行, 那么 A, B, C 三点的位置关系如何?

小明有一块小画板, 他想知道它的上、下边缘是否平行, 于是他在两个边缘之间画了一条线段 AB (如图 7-18 所示).

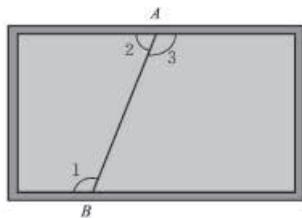


图 7-18

可以测量 $\angle 1$ 与 $\angle 2$, 也可以测量 $\angle 1$ 与 $\angle 3$ ……



小明利用量角器, 通过测量某些角的大小就能知道这个画板的上、下边缘是否平行, 你知道他是怎样做的吗?

如图 7-19, 具有 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 这样的位置关系的角称为内错角 (alternate interior angles); 具有 $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 这样的位置关系的角称为同旁内角 (interior angles on the same side).

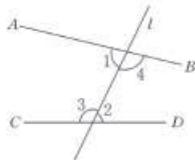


图 7-19

在图 7-19 中, 找出其他的内错角和同旁内角.

本课时呈现的顺序是, 从判断小画板边缘是否平行的情境入手, 引出内错角、同旁内角的概念 → 通过思考与交流, 发现直线平行的另外两个条件 → 直接应用直线平行的条件, 寻找三角尺拼成的图形中的平行线.

教材创设这个情境的目的, 在于引发认知冲突: 前面学习了根据同位角的数量关系可以直接判断两条直线是否平行, 那么不能用同位角的数量关系直接判断直线是否平行时, 怎么办? 由此激发学生进一步探索直线平行的条件.

教学时可在图 7-18 中标出各角, 引导学生测量它们的角的度数, 观察相互间的数量关系, 探索除同位角以外, 还可以利用哪些角之间的数量关系判断直线是否平行. 此时, 内错角、同旁内角的描述性说明的出现就是顺理成章、十分自然的了.

与同位角一样, 对于内错角、同旁内角的识别也不要做过多练习, 特别是一些人为编造的练习要极力避免.

4. 提示: 同位角相等, 两直线平行.

5. A, B, C 三点在同一条直线上.

对于“说理”的学习, 应循序渐进. 如果学生书写有困难, 教师可以首先鼓励学生用语言表述理由, 逐步过渡到书写自己的理由, 现阶段对理由的书写不作要求.

第 5 题的思考有一定难度, 隐含反证法的思想. 可以引导学生思考: 如果 A, B, C 三点不在同一条直线上, 那么, 过 B 点有几条直线与 l 平行? 这与“过直线外一点, 有且只有一条直线与这条直线平行”的结论是否矛盾? 造成矛盾的原因在哪里?

议一议

在前面观察、归纳的基础上，通过独立思考和交流，学生会发现：当内错角相等（或同旁内角互补）时，两直线平行. 教学中应该鼓励学生运用自己的语言说出这一发现，只要能说清楚即可，不需说明理由.

在上述过程中，学生可能表现出不同的思维习惯和水平，有的学生不能一下子推导出“同位角与内错角、同旁内角之间的关系”，而是通过测量、剪纸拼接等操作活动观察、探索、猜想出它们之间的关系，教师不必急于评判各种做法的优劣，而是鼓励学生之间进行充分交流，引导学生在与他人交流中获益，在与他人的交流中逐步学会用推导的方法得出结论.

做一做

设计这个操作活动的目的在于引导学生直接应用直线平行的条件来寻找平行线，教师要鼓励学生尽可能找出图中的平行线，并运用自己的语言说明理由.

教学时要注意使不同的学生都能得到发展，既要鼓励程度较好的学生增加思维深度，通过分析图 7-20 中角与角之间的关系，尽可能找出所有的平行线；又要鼓励学习有困难的学生利用拼摆三角尺，在拼摆过程中发现某些角之间的位置关系和数量关系，至少找出一组平行线.

教学时要鼓励学生运用自己的语言说明理由，教材呈现的小颖的想法，是用自然语言“说理”的方式，只要求学生能看懂这种形式，不必强求按照某种统一方式进行书写.

教学时还要鼓励学生之间的交流，鼓励他们充分表达各自发现的结果及其对结果合理性的解释.

议一议

- (1) 内错角满足什么关系时，两直线平行？为什么？
- (2) 同旁内角满足什么关系时，两直线平行？为什么？

两条直线被第三条直线所截，如果内错角相等，那么这两条直线平行.
两条直线被第三条直线所截，如果同旁内角互补，那么这两条直线平行.

简称为：内错角相等，两直线平行.
同旁内角互补，两直线平行.

做一做

如图 7-20，三个相同的三角尺拼接成一个图形，请找出图中的一组平行线，并说明你的理由.

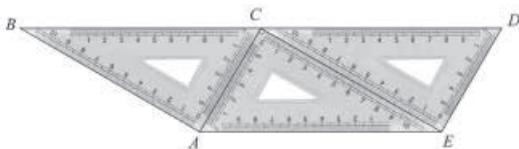


图 7-20



BC 与 AE 是平行的. 因为 $\angle BCA$ 与 $\angle EAC$ 是内错角，而且又相等.

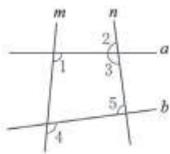
你能看懂她的意思吗？
再找到另一组平行线，说说你的理由.

随堂练习

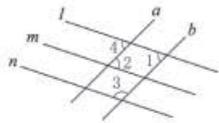
1. 如图.
(1) $\angle 1$ 与 _____ 是同位角；

(2) $\angle 5$ 与 _____ 是同旁内角;

(3) $\angle 2$ 与 _____ 是内错角.



(第1题)



(第2题)

2. 当图中各角分别满足下列条件时, 你能指出哪两条直线平行吗?

(1) $\angle 1 = \angle 4$;

(2) $\angle 2 = \angle 4$;

(3) $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$.

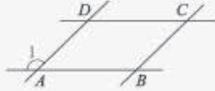
习题 7.4

知识技能

1. 如图, 一条街道的两个拐角 $\angle ABC$ 与 $\angle BCD$ 均为 150° , 街道 AB 与 CD 平行吗? 为什么?



(第1题)

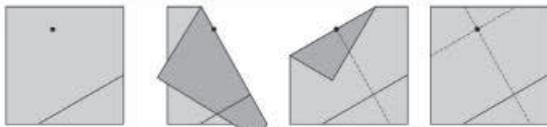


(第2题)

2. 如图, $\angle DAB + \angle CDA = 180^\circ$, $\angle ABC = \angle 1$, 直线 AB 与 CD 平行吗? 直线 AD 与 BC 呢? 为什么?

数学理解

3. 利用如图所示的方法, 可以折出“过已知直线外一点和已知直线平行”的直线. 你能说明其中的道理吗?



(1)

(2)

(3)

(4)

(第3题)

随堂练习

1. (1) $\angle 4$; (2) $\angle 3$;

(3) $\angle 1$.

2. (1) $a \parallel b$; (2) $m \parallel l$;

(3) $n \parallel l$.

习题 7.4

鼓励学生运用自己的语言说明理由.

1. 街道 AB 与 CD 是平行的. 理由是: $\angle ABC$ 与 $\angle BCD$ 是相等的内错角.

2. $AB \parallel CD$, 理由是: $\angle DAB$ 与 $\angle CDA$ 是互补的同旁内角; $AD \parallel BC$, 理由是: $\angle ABC$ 与 $\angle 1$ 是相等的同位角.

3. 提示: 同位角相等, 两直线平行; 或内错角相等, 两直线平行; 或同旁内角互补, 两直线平行.

教学目标

1. 经历观察、操作、推理、交流等活动，进一步发展空间观念、推理能力和有条理表达的能力。

2. 经历探索平行线性质的过程，掌握平行线的特征，并能解决一些问题。

本节内容安排两课时，第1课时探索平行线的特征；第2课时是习题课，巩固判断直线平行的条件和平行线的性质。

本课时呈现的顺序是：通过测量活动，探索平行线性质→归纳平行线的性质→运用平行线性质，解释光的反射现象。

教材设计的活动，是引导学生通过测量，归纳出平行线的性质。

结论当然是重要的，但是探究结论的过程，更应该重视，这不仅因为结论的得出依赖于过程，而且因为探究的过程也是运用、体验归纳推理的过程，是积累基本的数学活动经验的过程。因此，探索和交流的时间要充分，要鼓励学生运用多种方法进行探索。

教材提供了通过测量同位角探索两直线平行关系的活动，教师还可以鼓励学生利用其他的方法进行探索，如可以在纸上画两条直线被第三条直线所截，然后剪下一组同位角中的一个，把它贴在另一个上面，观察两个角是否重合，等等。

对于内错角之间、同旁内角之间的关系，放手让学生自己选择探究方法，如测量、剪贴，也可以引导学生通过与同位角进行比较，用推理的方法得到有关结论。教师应重视学生的实际操作以及在操作过程中的思考，这对于发展学生的空间观念、理解平行线的性质是非常重要的。

在此基础上，教师可以安排“你还能探索出平行线的哪些性质”的实践活动，鼓励感兴趣的学生积极参与，但对学生探索出来的教科书以外的特征，不作全班要求。有条件的地方，教师还可采

3 平行线的性质

如图 7-21，直线 a 与直线 b 平行。

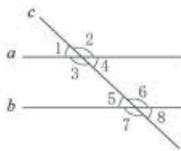


图 7-21

- (1) 测量同位角 $\angle 1$ 和 $\angle 5$ 的大小，它们有什么关系？图中还有其他同位角吗？它们的大小有什么关系？
- (2) 图中有几对内错角？它们的大小有什么关系？为什么？
- (3) 图中有几对同旁内角？它们的大小有什么关系？为什么？
- (4) 换另一组平行线试一试，你能得到相同的结论吗？

两条平行直线被第三条直线所截，同位角相等。
 两条平行直线被第三条直线所截，内错角相等。
 两条平行直线被第三条直线所截，同旁内角互补。

分别简称为：两直线平行，同位角相等。

两直线平行，内错角相等。

两直线平行，同旁内角互补。

做一做

如图 7-22，一束平行光线 AB 与 DE 射向一个水平镜面后被反射，此时 $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$ 。

用多媒体软件为学生的探索提供平台.

做一做

教材提供了运用平行线的性质解释光的反射现象的活动,有条件的地区,教师可以为学生提供光线反射的背景,使学生获得一定的直观体验.

教学时要鼓励学生运用自己的语言说明理由,并鼓励他们充分进行交流.教材呈现文字语言进行推理的形式,对于全体学生,只要求能看懂这种形式,说明每一步的理由即可,只要能运用自己的形式表达清楚就可以了,不必强求学生按照此种方式书写理由.

教材设置的判断 $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 、 $\angle 2$ 与 $\angle 4$ 的大小关系,以及光线 BC 与 EF 是否平行三个问题,教学中宜逐次递进,对全体学生不宜跳步进行.

随堂练习

与 $\angle 1$ 相等或互补的角比较多. 教学时, 可以鼓励学生通过交流找到所有的答案.

习题7.5

鼓励学生运用自己的语言说明理由.

- $\angle D$, $\angle C$ 都等于 45° , $\angle B$ 等于 135° . 理由是: 在 $AB \parallel CD$ 的前提下, 同位角 $\angle D$ 与 $\angle \alpha$ 相等, 于是 $\angle C = \angle D = 45^\circ$; 同旁内角 $\angle C$ 与 $\angle B$ 互补, 于是 $\angle B = 180^\circ - \angle C = 135^\circ$.
- $\angle A$, $\angle E$ 都等于 120° , 它们相等. 理由是: 同旁内角 $\angle A$ 与 $\angle 1$ 互补, $\angle 2$ 与 $\angle E$ 互补, 而 $\angle 1$, $\angle 2$ 都等于 60° .

- $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 的大小有什么关系? $\angle 2$ 与 $\angle 4$ 呢?
- 反射光线 BC 与 EF 也平行吗?

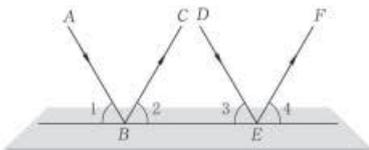


图 7-22



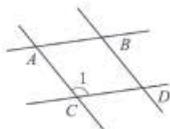
我是这样思考的:

- 由 $AB \parallel DE$, 可以得到 $\angle 1 = \angle 3$. 由 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, 可以得到 $\angle 2 = \angle 4$.
- 由 $\angle 2 = \angle 4$, 可以得到 $BC \parallel EF$.

你能说明每一步的理由吗? 你是如何思考的? 与同伴交流.

随堂练习

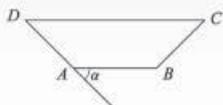
如图所示, $AB \parallel CD$, $AC \parallel BD$. 分别找出与 $\angle 1$ 相等或互补的角.



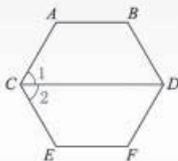
习题 7.5

知识技能

- 如图, $AB \parallel CD$, $\angle \alpha = 45^\circ$, $\angle D = \angle C$, 依次求出 $\angle D$, $\angle C$, $\angle B$ 的度数.



(第1题)

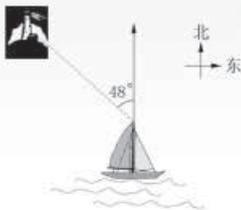


(第2题)

- 如图, $AB \parallel CD$, $CD \parallel EF$, $\angle 1 = \angle 2 = 60^\circ$, $\angle A$ 和 $\angle E$ 各是多少度? 它们相等吗?

问题 解决

3. 从一艘船上测得灯塔的方向是北偏西 48° ，那么这艘船在灯塔的什么方向？



(第3题)

例1 如图7-23.

- (1) 若 $\angle 1 = \angle 2$ ，可以判断哪两条直线平行？

根据是什么？

- (2) 若 $\angle 2 = \angle M$ ，可以判断哪两条直线平行？

根据是什么？

- (3) 若 $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ ，可以判断哪两条直线平行？根据是什么？

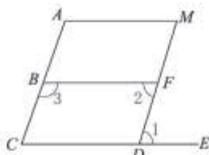


图7-23

解：(1) $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是内错角，若 $\angle 1 = \angle 2$ ，则根据“内错角相等，两直线平行”，可得 $BF \parallel CE$ ；

(2) $\angle 2$ 与 $\angle M$ 是同位角，若 $\angle 2 = \angle M$ ，则根据“同位角相等，两直线平行”，可得 $AM \parallel BF$ ；

(3) $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 是同旁内角，若 $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ ，则根据“同旁内角互补，两直线平行”，可得 $AC \parallel MD$ 。

例2 如图7-24， $AB \parallel CD$ ，如果 $\angle 1 = \angle 2$ ，那么 EF 与 AB 平行吗？说说你的理由。

解： EF 与 AB 平行。

因为 $\angle 1 = \angle 2$ ，

根据“内错角相等，两直线平行”，

所以 $EF \parallel CD$ 。

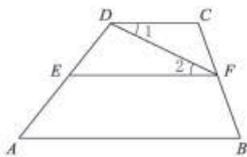


图7-24

能力做铺垫，但是，不要求学生现在就按照例题解答的格式书写，希望在教学时要注意把握尺度，不可操之过急。

3. 南偏东 48° 。

本课时是习题课，主要目的是复习、巩固判断直线平行的条件和平行线性质的相关内容及其简单的运用。

例1 是对判断直线平行条件的直接应用，教学时首先应引导学生分析已知角的位置关系，然后对照两直线平行的条件作出判断。重要的是分析问题的思路与方法。

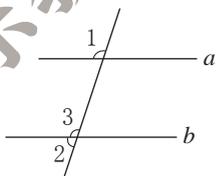
例2、例3的解答，要求两步推理，对部分学生可能有一定难度，要在引导学生读懂、理解题意的基础上，鼓励学生以自己的方式表述，不要强求一致。

教材给出的解答过程，给出了说理的一种方式，供学生阅读理解，也为今后培养推理

随堂练习

随堂练习解答的表述形式不必强求，要允许、鼓励学生用自己的语言表达。

1. 如图， $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 互为补角，由 $\angle 2 = 75^\circ$ ，得 $\angle 3 = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$ ，而 $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 是同位角，且都等于 105° ，根据“同位角相等，两直线平行”，所以 $a \parallel b$ 。



2. 因为 $AE \parallel CD$ ， $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是内错角，根据“两直线平行，内错角相等”，所以 $\angle 2 = \angle 1 = 37^\circ$ ；因为 $AE \parallel CD$ ， $\angle D$ 与 $\angle BAE$ 是同位角，根据“两直线平行，同位角相等”，所以 $\angle BAE = \angle D = 54^\circ$ 。

又因为 $AB \parallel CD$ ，
根据“平行于同一条直线的两条直线平行”，
所以 $EF \parallel AB$ 。

例 3 如图 7-25，已知直线 $a \parallel b$ ，直线 $c \parallel d$ ， $\angle 1 = 107^\circ$ ，求 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 的度数。

解：因为 $a \parallel b$ ，
根据“两直线平行，内错角相等”，
所以 $\angle 2 = \angle 1 = 107^\circ$ 。
因为 $c \parallel d$ ，
根据“两直线平行，同旁内角互补”，
所以 $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$ ，
所以 $\angle 3 = 180^\circ - \angle 1 = 180^\circ - 107^\circ = 73^\circ$ 。

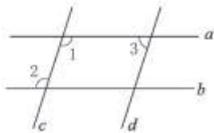


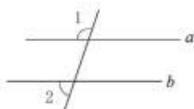
图 7-25

想一想

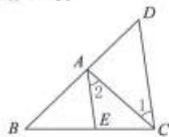
两条直线被第三条直线所截，如果同位角相等，那么内错角相等吗？同旁内角互补吗？

随堂练习

1. 如图，已知 $\angle 1 = 105^\circ$ ， $\angle 2 = 75^\circ$ ，你能判断 $a \parallel b$ 吗？



(第 1 题)



(第 2 题)

2. 如图， $AE \parallel CD$ ，若 $\angle 1 = 37^\circ$ ， $\angle D = 54^\circ$ ，求 $\angle 2$ 和 $\angle BAE$ 的度数。

读一读

你听说过“坐地日行八万里^①”吗？这句话告诉我们地球的周长大约是8万里，可人们是怎么知道这个数据的呢？

大约在公元前200年，聪明的古希腊人埃拉托色尼（Eratosthenes，前275—前193）仅仅用一些数学知识，就测得了地球一周的总长。他用的数学知识你们也知道，其中包括：两条平行线被第三条直线所截，内错角相等。

埃拉托色尼发现，在当时的城市塞恩（图7-26中的A点），直立的杆子在某个时刻没有影子，而此时在500英里以外的亚历山大（图中的B点），直立的杆子的影子却偏离垂直方向 7.2° （图中 θ 角等于 7.2° ）。根据这个数据，埃拉托色尼算出地球一周的总长约等于25 000英里，这是因为 \widehat{AB} 的长 $\div 7.2 = \text{地球周长} \div 360$ 的缘故，其中 \widehat{AB} 的长大约为500英里。

由于1英里约为1.6千米，所以地球的周长约为40 000千米，即80 000里。

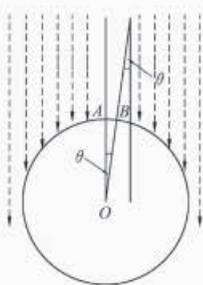
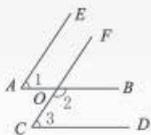


图7-26

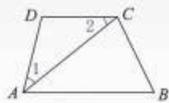
习题7.6

知识技能

1. 如图， $\angle 1 = \angle 3 = 60^\circ$ ， $\angle 2 = 120^\circ$ ，可以判断哪些直线平行？说明理由。



(第1题)



(第2题)

2. 如图，AC平分 $\angle BAD$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ，可以判断哪两条线段平行^②？说明理由。

3. 如图， $AB \parallel CD$ ，AD与BC相交于点E， $\angle B = 50^\circ$ ，求 $\angle C$ 的度数。

① “里”是我国传统的一种长度单位，1里=500米。

② “线段平行”指线段所在直线平行。

2. $DC \parallel AB$ ，理由如下：

因为AC平分 $\angle BAD$ ，根据角平分线定义，所以 $\angle 1 = \angle CAB$ 。

由已知 $\angle 1 = \angle 2$ ，所以 $\angle 2 = \angle CAB$ 。根据“内错角相等，两直线平行”，所以 $DC \parallel AB$ 。

3. 因为 $AB \parallel CD$ ，根据“两直线平行，内错角相等”，所以 $\angle C = \angle B = 50^\circ$ 。

4. 因为 $AB \parallel DF$ ，根据“两直线平行，同位角相等”，所以 $\angle DFC = \angle A = 64^\circ$ ；因为 $AC \parallel ED$ ，所以 $\angle EDF = \angle DFC = 64^\circ$ 。

5. 由已知 $\angle ABC = 115^\circ$ ， $\angle BCD = 65^\circ$ ，所以 $\angle ABC + \angle BCD = 115^\circ + 65^\circ = 180^\circ$ ，根据“同旁内角互补，两直线平行”，所以 $AB \parallel DC$ 。

6. 如图，由已知，根据“两直线平行，同位角相等”，所以 $\angle 1 = \angle A = 65^\circ$ ，所以 $\angle CBD = 25^\circ + 65^\circ = 90^\circ$ ，根据“同位角相等，两直线平行”知， $\angle 2 = \angle CBD = 90^\circ$ 时，可保证 $CE \parallel AB$ ，即水渠沿与CB垂直的方向修建可保证与AB方向一致。

读一读

教科书介绍了古希腊人是如何利用平行线的性质测量地球周长的，目的是使学生体会数学的广泛应用及古代人民的聪明才智。教师可以“借题发挥”，鼓励学生寻找利用平行线性质可以解决的实际问题。

习题7.6

习题解答的表述形式不必强求，要允许、鼓励学生用自己的语言表达。

1. $AB \parallel CD$ ， $AE \parallel CF$ 。理由如下：

由已知条件得 $\angle 2 + \angle 3 = 120^\circ + 60^\circ = 180^\circ$ ，根据“同旁内角互补，两直线平行”，所以 $AB \parallel CD$ ；

根据“两直线平行，同位角相等”，所以 $\angle FOB = \angle 3 = 60^\circ$ ，因为 $\angle 1 = \angle 3 = 60^\circ$ ，根据“同位角相等，两直线平行”，所以 $AE \parallel CF$ 。

教学目标

1. 会用尺规作一个角等于已知角，并了解它在尺规作图中的简单应用。

2. 在学习用尺规作图的过程中，注意数学语言及其相互转换的学习，本节课主要是文字语言与图形语言的转换。

本节课呈现的顺序是：从在长方形木板上画平行线这个情境入手，提出尺规作角的问题→用尺规作一个角等于已知角→用尺规作图的方法比较两个角的大小。

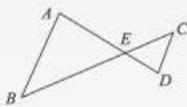
教材创设了“作一个角等于已知角”的情境，将平行线的识别与作角的问题比较自然地联系在一起了。其中，要在长方形木板上截一个平行四边形，按图 7-27 的方式（平行四边形的一组对边在长方形木板的边缘上），只要保证过点 C 作与 AB 平行的另一条线段即可，而要过点 C 作 AB 的平行线，可以通过作一个角等于 $\angle BAC$ 得到。

(1) 没有限制画图的工具，可以借助一副三角尺，用本章教材第 2 节“探索直线平行的条件”的方法画。也可以借助量角器量出 $\angle BAC$ 的度数，再过点 C 画一个角等于 $\angle BAC$ ，则所画角的另一边与 AB 平行。总之，画图工具不限，方法也不限，只要正确画出即可。但是，要引导学生用自己的语言说明画图的依据，一方面是巩固平行线判定的条件的学习；另一方面也为第 (2) 问的思考做铺垫。

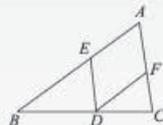
(2) 在 (1) 的问题解决之后提出问题 (2)，目的是提出问题，引发学生思考，进入思考与探究状态。

做一做

作一个角等于已知角的作图过程比较复杂，教学时，一方面应要求学生按照作图步骤亲自操



(第3题)

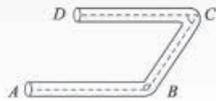


(第4题)

4. 如图， $AC \parallel ED$ ， $AB \parallel DF$ ， $\angle A = 64^\circ$ ，求 $\angle EDF$ 的度数。

数学理解

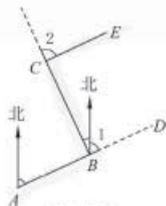
5. 如图，一个弯形管道 ABCD 的拐角 $\angle ABC = 115^\circ$ ， $\angle BCD = 65^\circ$ ，这时管道所在的直线 AB 和 CD 平行吗？为什么？



(第5题)

问题解决

6. 林湾乡要修建一条灌溉水渠，水渠从 A 村沿北偏东 65° 方向到 B 村，从 B 村沿北偏西 25° 方向到 C 村，如图所示。水渠从 C 村沿什么方向修建，可以保持与 AB 的方向一致？



(第6题)

4 用尺规作角

如图 7-27，要在长方形木板上截一个平行四边形，使它的一组对边在长方形木板的边缘上，另一组对边中的一条边为 AB。

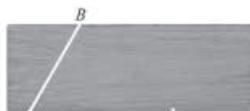


图 7-27

(1) 请过点 C 画出与 AB 平行的另一边。

(2) 如果只有一个圆规和一把没有刻度的直尺，你能解决这个问题吗？

做一做

利用尺规，作一个角等于已知角。

已知： $\angle AOB$.

求作： $\angle A'O'B'$ ，使 $\angle A'O'B' = \angle AOB$.

作法与示范：

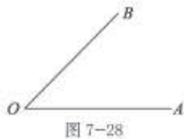


图 7-28

作法	示范
(1) 作射线 $O'A'$ ；	
(2) 以点 O 为圆心，以任意长为半径画弧，交 OA 于点 C ，交 OB 于点 D ；	
(3) 以点 O' 为圆心，以 OC 长为半径画弧，交 $O'A'$ 于点 C' ；	
(4) 以点 C' 为圆心，以 CD 长为半径画弧，交前面的弧于点 D' ；	
(5) 过点 D' 作射线 $O'B'$ 。 $\angle A'O'B'$ 就是所求作的角。	

议一议

如图 7-29，已知 $\angle AOB$ ， $\angle EO'F$ ，利用尺规作图，比较它们的大小。

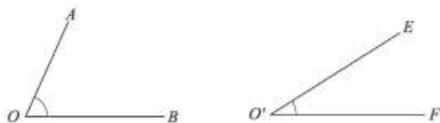
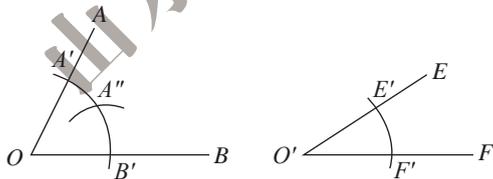


图 7-29

以 O' 为圆心，以 OA 长为半径画弧，交 $O'E$ 于 A' ，交 $O'F$ 于 F' ；以 A' 为圆心，以 AB 长为半径画弧，交弧 $A'O'F'$ 于 A'' 。由图可知 A'' 在 $\angle A'O'F'$ 内部，所以 $\angle AOB$ 比 $\angle EO'F$ 大。

通过教材给出的两个具体的角的大小比较，给出用尺规比较两角大小的一般方法：以一个角（如 $\angle 1$ ）的顶点为顶点，以该角的始边为始边，作另一个角（如 $\angle 2$ ）。若两个角的终边重合，则两个角的大小相等；若所作角的终边落在该角的外部，则所作角比该角大；若落在该角的内部，则所作角比该角小。

本问题也渗透了用尺规作两个角的差的方法。



议一议

分别以 O ， O' 为圆心，以同样长为半径画弧，分别交 OA ，

作；另一方面对于“已知、求作和作法”的书写要求应循序渐进，现阶段可以只要求学生能看懂步骤，按照步骤进行正确操作。学生在本学段完成后，应达到会运用自己的语言书写作法。

教材给出的“作法与示范”，不仅仅是作图方法的示范，而且渗透了两种数学语言的转换：文字语言与图形语言的转换。教学中要充分利用作图的过程，适时进行两种数学语言转换的教学。

按照步骤完成作图后，教师应鼓励学生利用测量、比较等方式验证新作的角是否等于已知角。本作法的真正道理在于利用三角形全等（边边边），这一点学生将在学习“三角形”时加以体会。

随堂练习

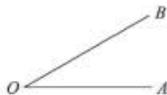
此时可要求学生在独立思考与合作交流的基础上，口头表达“作法”。对于全体学生，不要求会写“作法”。

习题7.7

此处要求学生能正确作图（保留作图痕迹）即可，可以不写作法。

随堂练习

1. 已知 $\angle AOB$ ，利用尺规作 $\angle A'O'B'$ ，使 $\angle A'O'B'=2\angle AOB$ 。



(第1题)

2. 利用尺规完成本节课开始时提出的问题。

习题7.7

知识技能

1. 用尺规完成下列作图：

- (1) 如图，以点 B 为顶点，射线 BA 为一边，在 $\angle ABC$ 外再作一个角，使其等于 $\angle ABC$ 。



(第1(1)题)

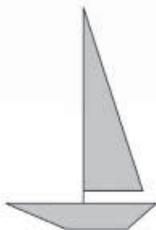
- (2) 如图，已知 $\angle\alpha$ ， $\angle\beta$ ，求作一个角，使它等于 $\angle\alpha$ 与 $\angle\beta$ 的和。



(第1(2)题)

问题解决

2. 用尺规作出如图所示的图形。



(第2题)

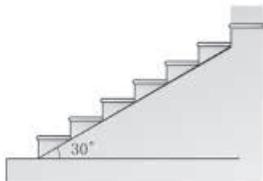
回顾与思考

1. 找出生活中的对顶角、互补的角与互余的角.
2. 理解垂线、垂线段的概念及点到直线的距离的意义.
3. 判断两条直线是否平行通常有哪些途径?
4. 平行线有哪些性质?
5. 怎样用尺规作一个角等于已知角?
6. 用自己的方式梳理本章的知识结构. 你是怎样想的? 与同伴进行交流.

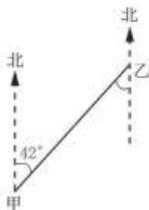
复习题

知识技能

1. 指出下图中的同位角、内错角、同旁内角, 以及互为余角的角、互为补角的角.

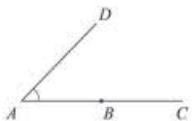


(第1题)

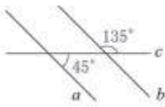


(第2题)

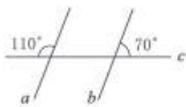
2. 如图, 在甲、乙两地之间要修一条笔直的公路, 从甲地测得公路的走向是北偏东 42° . 甲、乙两地同时开工, 若干天后公路准确接通. 乙地所修公路的走向是南偏西多少度? 为什么?
3. 如图, 以点 B 为顶点, 射线 BC 为一边, 利用尺规作 $\angle CBE$, 使得 $\angle CBE = \angle A$, BE 与 AD 一定平行吗?



(第3题)



(1)



(2)

(第4题)

1. 两条直线的位置关系有哪些情况?
2. 两条直线相交, 所成角有些什么关系?
3. 两条直线平行, 有哪些特征?
4. 判断两条直线平行, 有哪些条件?
5. 怎样用尺规作角?

知识系统构建:

引导学生回顾知识点的同时, 逐步引导学生尝试建立下面系统 (图 1), 引导学生讨论尺规作角属于哪部分内容, 最后由学生完成知识系统 (图 2).

当然, 梳理本章知识内容的方法不止一种, 以下框架图供参考.

回顾与思考

教科书设计“回顾与思考”这一内容, 旨在引导学生对本章有关知识进行一个回顾与反思, 进而梳理知识结构, 形成知识系统, 获得知识系统的自主建构能力, 养成回顾、反思的习惯. 为此, “回顾与思考”一般应完成两个任务: 知识系统的建构与典型例析.

教学时, 可以首先鼓励学生独立思考, 自己回顾所学的内容, 并尝试回答教科书中提出的问题, 在对问题进行回答时, 教师应关注学生运用自己的语言解释答案的过程, 关注学生运用例子说明自己对有关知识的理解, 而不是简单复述书上的结论, 学生的答案只要合理教师都应给予肯定.

在学生充分思考和交流的基础上, 教师可引导学生共同建立知识框架图. 如本章知识点回顾:

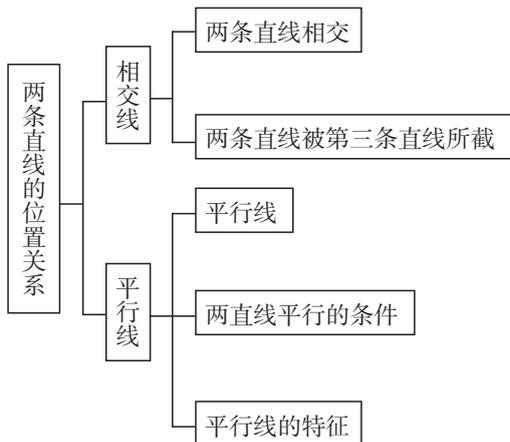


图 1

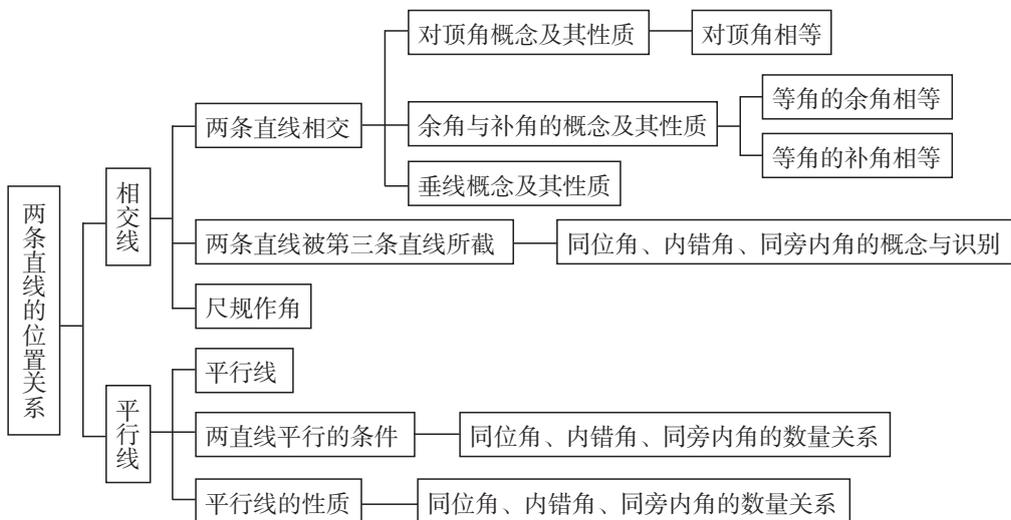
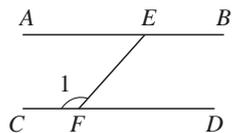


图 2

以下问题可供参考：

例 1 如图，已知 $AB \parallel CD$ ，则图中与 $\angle 1$ 互补的角有 ()。

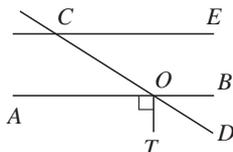
- A. 2 个
- B. 3 个
- C. 4 个
- D. 5 个



分析：什么样的两个角互补？我们学过的内容中，哪些角存在互补关系？图中有符合这些条件的角吗？

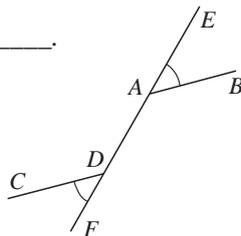
例 2 如图，直线 AB, CD 相交于点 O ， $OT \perp AB$ 于 O ， $CE \parallel AB$ 交 CD 于点 C ，若 $\angle ECO = 35^\circ$ ，则 $\angle DOT =$ _____。

分析：已知角度数的只有 $\angle ECO = 35^\circ$ ，图中与 $\angle ECO$ 相等的角有没有？如果有，这些角与 $\angle DOT$ 有联系吗？



例3 如图, $AB \parallel CD$, $\angle EAB = 45^\circ$, 则 $\angle FDC$ 的度数是_____.

分析: 关键是 $\angle FDC$ 与已知角 $\angle EAB$ 的关系.



自主反馈

1. 已知 $\angle A = 28^\circ$, 则 $\angle A$ 的余角的度数为_____, 补角的度数为_____.

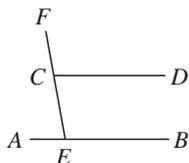
2. 如图, $AB \parallel CD$, $\angle DCE = 80^\circ$, 则 $\angle AEC$ 的度数为 ().

A. 120°

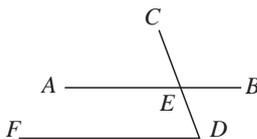
B. 110°

C. 100°

D. 80°



第2题



第3题

3. 如图, 直线 AB , CD 相交于点 E , $DF \parallel AB$. 若 $\angle D = 70^\circ$, 则 $\angle CEB$ 等于 ().

A. 70°

B. 80°

C. 90°

D. 110°

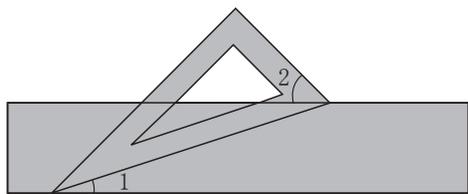
4. 如图, 有一块含有 30° 角的直角三角板的两个顶点放在直尺的对边上. 如果 $\angle 1 = 20^\circ$, 那么 $\angle 2$ 的度数是 ().

A. 40°

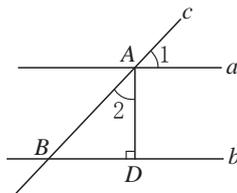
B. 35°

C. 30°

D. 20°



第4题



第5题

5. 如图所示, 直线 $a \parallel b$, 直线 c 与直线 a , b 分别相交于点 A , B , $AD \perp b$, 垂足为点 D , 若 $\angle 1 = 47^\circ$, 则 $\angle 2 =$ ().

A. 57°

B. 53°

C. 47°

D. 43°

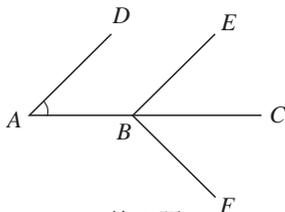
复习题

1. 略.

2. 乙地所修公路的走向应是南偏西 42° . 理由是: 两直线平行, 内错角相等.

3. 如图所示, 可以作出两个符合要求的角. EB 与 AD 不一定平行.

在本章尺规作图中, 可以不要求学生书写作法, 但要求学生保留作图痕迹.



第3题

4. 在两幅图中，直线 a, b 都平行. 学生可以运用自己的语言说明理由，只要能说清楚即可.

5. 在第一幅图中， $\angle 1$ 与一个直角是同位角，它等于 90° ；在第二幅图中， $\angle 1$ 与 36° 角的对顶角是同旁内角，它等于 $180^\circ - 36^\circ = 144^\circ$ ；在第三幅图中， $\angle 1$ 与 120° 角的对顶角是同旁内角，它等于 $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$.

6. 如果 $\angle B$ 与 $\angle C$ 互补，那么线段 AB 与线段 DC 平行； $\angle A$ 与 $\angle B$ 互补，可以保证 $AD \parallel BC$. 理由都是：同旁内角互补，两直线平行.

7. (1) 图中各角之间的等量关系是： $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 1 = \angle 3$ ， $\angle 3 = \angle 2$ ， $\angle 1 + \angle 4 = 180^\circ$ ， $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$ ， $\angle 4 + \angle 3 = 180^\circ$ ， $\angle 5 + \angle 6 = 180^\circ$.
(2) 如果希望 $c \parallel d$ ，那么，需要 $\angle 4 = \angle 6$ 或 $\angle 5 = \angle 3$ 即可.

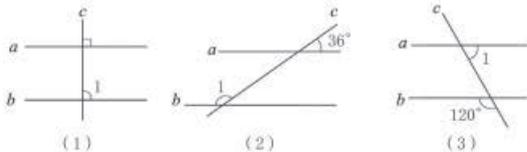
8. $\angle C = 140^\circ$.

9. $\angle ABC = 40^\circ$.

10. $\angle 1$ 等于 60° ，才能保证红球直接入袋. 事实上， $\angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$ ， $\angle 3 = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$.

4. 如图，直线 a 与直线 b 平行吗？试着说明你的理由.

5. 在下列各图中， $a \parallel b$ ，分别计算 $\angle 1$ 的度数.



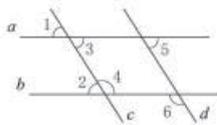
(第5题)

数学理解

6. 如图所示，如果 $\angle B$ 与 $\angle C$ 互补，那么哪两条线段平行？ $\angle A$ 与哪个角互补，可以保证 $AD \parallel BC$ ？



(第6题)



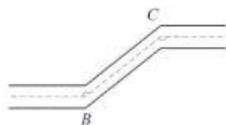
(第7题)

7. (1) 如图，如果 $a \parallel b$ ，找出图中各角之间的等量关系；

(2) 要使 $c \parallel d$ ，那么需要哪两个角相等？

问题解决

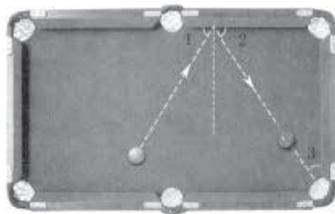
8. 如图，一条公路两次拐弯后，和原来的方向相同，第一次拐的角 $\angle B = 140^\circ$ ，那么第二次拐的角 $\angle C$ 是多少度？



(第8题)

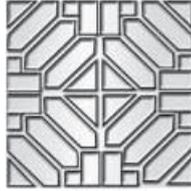
9. 一个人从 A 地出发沿北偏东 60° 方向走到 B 地，再从 B 地出发沿南偏西 20° 方向走到 C 地，那么 $\angle ABC$ 是多少度？

10. 如图所示，选择适当的方向击打白球，可以使白球反弹后将红球撞入袋中，此时 $\angle 1 = \angle 2$ ，并且 $\angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$. 如果 $\angle 3 = 30^\circ$ ，那么 $\angle 1$ 应等于多少度，才能保证红球能直接入袋？



(第10题)

11. 如图是清代河南社旗县清山会馆中的窗棂图案的一部分, 观察其中有哪些平行的线, 你能再设计一种类似的窗棂图案吗?



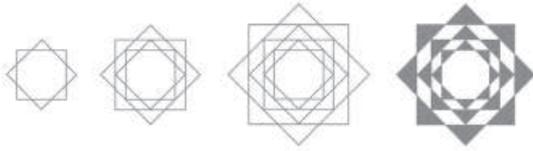
(第11题)

11. 略.

12. 略.

*13. 略.

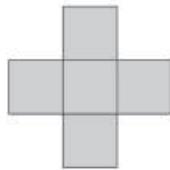
*12. 从下面的第一个图出发, 通过不断地作平行线, 你就能得到一个美丽的图案. 你不妨自己试一试.



(第12题)

联系拓广

*13. 适当地剪几刀, 可以把图中的十字变成一个正方形. 有人说剪两刀就可以, 你相信吗? 不妨试试看.



(第13题)

山东教育出版社

山东教育出版社

山东教

典型案例评析

两条直线的位置关系（第1课时）

设计：安徽合肥市第三十八中学 刘允达

一、学情分析

学生通过“丰富的图形世界”“基本平面图形”两章内容的学习，进一步丰富了对空间图形与平面图形的认识，了解了线段、射线、直线和角及其表示方法，积累了一些初步的数学活动经验，为进一步学习“图形与几何”内容作了有益的准备。

但是，这个年龄段的学生，抽象思维能力、演绎推理能力及语言表达能力还较弱，需要逐步地、渐近地、耐心地培养，不能操之过急。必须尽可能地创设合适的问题情境，以动手操作带动大脑思考，充分发挥形象思维的优势，坚持形象思维与抽象思维并重，重视从形象思维向抽象思维的过渡；必须加强合情推理能力的培养，坚持合情推理与演绎推理并重，重视从合情推理向演绎推理的过渡。

二、教学目标

1. 了解平面内两条直线的位置关系（相交和平行）。
2. 在具体情境中理解对顶角、补角、余角等概念，通过观察、操作、推理、交流等过程，探索并掌握对顶角相等，同角（等角）的余角相等、同角（等角）的补角相等的性质，进一步发展空间观念、推理能力和初步的有条理表达的能力，感悟分类的思想和方法。

三、教学重、难点

重点：理解对顶角、余角、补角的概念及其性质。

难点：对顶角相等、同角（等角）的余角相等、同角（等角）的补角相等的理由的表述及应用。

四、教学过程

【第一环节】操作与思考——导入新知

1. 问题：（1）我们已学习了直线和直线的表示方法，请在纸上画两条直线，并用字母表示。

（2）与同伴交流，你们画的两条直线的位置相同吗？有什么不同？

（用实物投影仪展示部分同学所画直线）

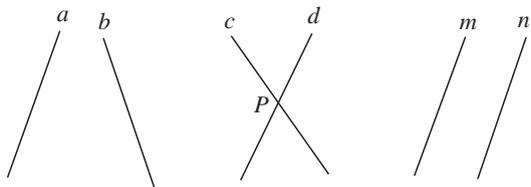


图1

(3) 以上这些同学所画直线的位置关系可以分为几类?

直线 a, b 真的是既不相交又不平行吗?

讲评要点: (1) 学生画的两条直线, 若只有一种位置关系, 教学时要注意引导: 两条直线的位置, 只有这一种关系吗?

(2) 若有学生将两条直线位置关系分为三类 (如上图), 则引导学生复习直线的概念, 自己认识到直线 a 与 b, c 与 d 都是相交直线, 从而对平面内两条直线的位置关系作出正确的分类: 相交和平行.

2. 明晰并板书:

在同一平面内, 两条直线的位置关系有相交和平行两种.

若两条直线只有一个公共点, 我们称这两条直线为相交线.

在同一平面内, 不相交的两条直线叫做平行线.

3. 展示生活中直线相交与平行的图片.

你还能举出生活中有关两条直线相交和平行的例子吗?

【第二环节】观察与思考——展开新课

1. 问题: 如图, 直线 c 与 d 交于 O 点, 图中, 除平角以外, 还有几个角? 若将它们两两组合, 可组成几对角? 观察它们的顶点及两边的位置关系, 可以怎样分类? 并说明分类的依据.

讲评要点: (1) 图中, 除平角以外, 还有 4 个角; 若将它们两两组合, 可组成 6 对角; 按角的边的位置关系可将这 6 对角分两类: 一类是有公共顶点、一条公共边, 另一边互为反向延长线的, 即 $\angle 1$ 与 $\angle 3$, $\angle 1$ 与 $\angle 4$, $\angle 2$ 与 $\angle 3$, $\angle 2$ 与 $\angle 4$; 一类是有公共顶点, 两边互为反向延长线的, 即 $\angle 1$ 与 $\angle 2$, $\angle 3$ 与 $\angle 4$.

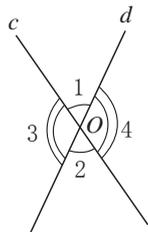


图 2

(2) 分类条件的确定是个难点, 可从角的组成因素 (顶点和两边) 入手, 教学时给学生充分的时间观察、思考、讨论、交流, 不要急于出结论.

(3) 在分类的基础上, 给出对顶角的概念: 像 $\angle 1$ 与 $\angle 2$, 或 $\angle 3$ 与 $\angle 4$ 这样, 由两条直线相交而成, 有公共顶点、两边互为反向延长线的两个角叫做对顶角. 注意突出“两条直线相交”这个前提.

2. 活动: 任意画两条相交直线, 用量角器量出其中一对对顶角的度数. 你发现了什么? 与同伴交流你的结论, 猜想对顶角的数量关系. 能说明猜想的正确性吗? 试一试!

明晰并板书: 对顶角相等.

讲评要点: “对顶角相等”的结论来自于对用量角器度量结果的猜想, 而其正确性的说理, 则是依据等式性质进行的演绎推理, 学生对推理过程的表述, 或对理由的描述, 不必求全.

3. 问题: 在探究对顶角性质的过程中, 我们应用了“ $\angle 1 + \angle 4 = 180^\circ$, $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ ”这两个结论, $\angle 1$ 与 $\angle 4$ 、 $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 在位置上有没有关系? 在数量上呢?

我们规定: 如果两个角的和是 180° , 那么称这两个角互为补角.

同样的, 如果两个角的和是 90° , 那么称这两个角互为余角.



图 3

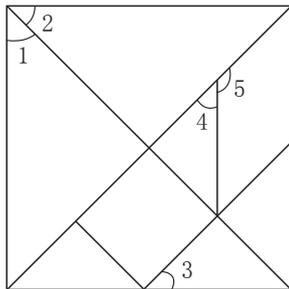


图 4

图 3 是用七巧板拼出的正方形.

观察图 4, $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的和是多少? $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 的和呢?

$\angle 4$ 与 $\angle 5$ 的和又是多少? $\angle 3$ 与 $\angle 5$ 呢?

图 4 中, 与 $\angle 1$ 互余的角还有哪些? 与 $\angle 5$ 互补的角呢?

讲评要点: 突出数量关系: 两角是否互补或互余, 只与角的度数有关, 而跟它们的位置无关.

【第三环节】应用与思考——巩固新知

1. 问题: 打台球时, 选择适当的方向用白球击打红球, 反弹后的红球会直接入袋, 此时 $\angle 1 = \angle 2$.

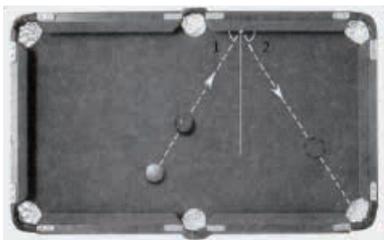


图 5

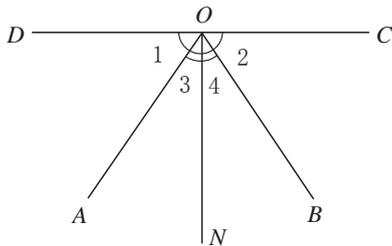


图 6

将图 5 简化为图 6, ON 与 DC 相交所成的 $\angle DON$ 和 $\angle CON$ 都等于 90° , 且 $\angle 1 = \angle 2$.

(1) $\angle 3$ 与 $\angle 4$ 有什么关系? 为什么?

(2) $\angle AOC$ 与 $\angle BOD$ 有什么关系? 为什么?

讲评要点: (1) $\angle 3$ 与 $\angle 4$ 相等.

因为 $\angle 3 = 90^\circ - \angle 1$, $\angle 4 = 90^\circ - \angle 2$, 而 $\angle 1 = \angle 2$.

(2) $\angle AOC$ 与 $\angle BOD$ 相等.

因为 $\angle AOC = 180^\circ - \angle 1$, $\angle BOD = 180^\circ - \angle 2$, 而 $\angle 1 = \angle 2$.

2. 如图 7 所示, 有一个破损的扇形零件, 利用图中的量角器可以量出这个扇形零件的圆心角的度数. 你能说出所量角是多少度吗? 你的根据是什么?

讲评要点: 注意两个问题, 一是怎样度量, 二是这样度量的根据是什么. 关键是引导学生注意对扇形零件摆放位置的要求.

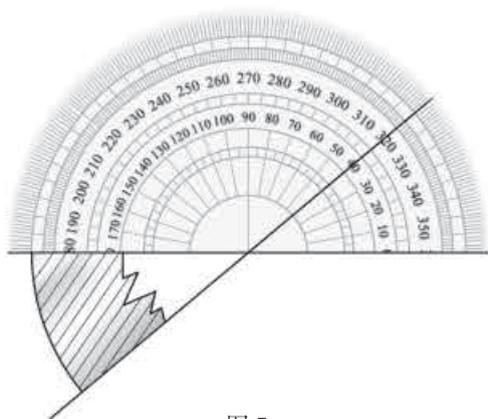
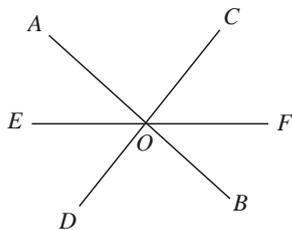


图 7

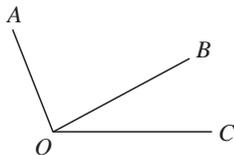
【第四环节】随堂练习

1. 如图，直线 AB ， CD ， EF 相交于点 O ， $\angle AOE = 40^\circ$ ， $\angle COF = 65^\circ$ 。

- (1) 说出图中有多少对对顶角；
- (2) 每对对顶角中各角的度数是多少？



第 1 题



第 2 题

讲评要点：注意不要漏掉 $\angle EOC$ 与 $\angle FOD$ ， $\angle AOF$ 与 $\angle BOE$ ， $\angle BOC$ 与 $\angle AOD$ 。

2. 如图，已知 $\angle AOC = 108^\circ$ ， $\angle BOC = 36^\circ$ ，试判断图中哪两个角互为补角，并说明你的理由。

讲评要点：鼓励学生用自己的语言表述，说理要求恰当，不要求全、求精。

【第五环节】回顾与思考

(给学生独立思考的时间，然后交流，总结)

1. 对顶角的概念和性质.
2. 同角或等角的余角相等，同角或等角的补角相等.

五、评析

本设计对教学内容的把握和处理，基本符合教材编写意图。

在教学设计上，以问题为导引，学生通过观察、操作、推理，在独立思考与合作交流中解决问题，较好地体现了学生作为学习主体的地位和教师的主导作用。

本节设计的“导入新知”，从复习直线的画法、表示方法入手，继而引导学生对所画直线的位置在观察的基础上进行分类，既复习了已学习的直线的概念与表示，又顺势引入

了两条直线位置的分类，在对结论明晰的基础上，学生通过对生活中直线相交与平行图片的观察，进一步深化和丰富了对问题的认识，整个导入设计较为自然、顺畅。

在学习对顶角概念和性质的过程中，重视数学思想方法的感悟和数学推理能力的发展，是本节课设计的两个亮点。充分重视学生对分类思想的感悟和分类方法的体验，第一次是对两条直线位置关系的分类，这个难度不大；第二次是对两条直线相交所成角之间位置关系的分类，虽有一定难度，但是在分类的基础上，对顶角概念给人以呼之欲出、水到渠成的感觉，概念的引出自然、流畅。

通过画图、测量，用归纳的方法猜想出对顶角性质，再通过“说明理由”的方式渗透演绎推理，是现阶段培养、发展学生数学推理能力的重要载体。

对顶角的概念和性质，是本节课的重点内容之一。本节课的设计，突出两条直线相交这个前提条件，没有在“公共顶点”“两边互为反向延长线”上纠缠，也没有安排相关的判断题（判断是否对顶角），我们认为这样的设计是恰当的，既突出了概念的本质，也符合淡化概念的要求。

本设计的表述形式也有值得肯定之处。比如，在每个问题之后，设计中都只安排“讲评要点”，既体现了“预设”，又为课堂学习时问题的“生成”预留了空间。在引导学生对两条直线位置关系分类时，这一点体现得较为突出。

本节课内容比较多，如何既保证学生充分的观察、操作、思考等活动，又能完成教科书安排的教学任务，时间是个瓶颈，这是实施教学的过程中需要注意处理好的一个问题。

第八章 数据的收集与整理

一、《标准》要求

1. 了解在现实生活中有许多问题应当先做调查研究，收集数据，通过分析做出判断，体会数据中蕴涵的信息.
2. 经历在实际问题中收集和处理数据、利用数据分析问题、获取信息的过程，掌握统计与概率的基础知识和基本技能.
3. 体会统计方法的意义，发展数据分析观念，感受随机现象.
4. 体验数据收集、处理、分析和推断过程，理解抽样方法，体验用样本估计总体的过程.
5. 了解利用数据可以进行统计推断，建立数据分析观念.
6. 经历收集、整理、描述和分析数据的活动，了解数据处理的过程.
7. 体会抽样的必要性，通过实例了解简单随机抽样.
8. 会制作扇形统计图，能用统计图直观、有效地描述数据.
9. 通过实例，了解频数和频数分布的意义，能画频数直方图，能利用频数直方图解释数据中蕴涵的信息.
10. 通过表格、折线图、趋势图等，感受随机现象的变化趋势.

二、教学目标

1. 经历数据的收集、整理、描述和分析的过程，经历调查、统计等活动，在活动中，发展数据分析观念，以及合作交流的意识与能力.
2. 了解总体、个体、样本等概念，在实际问题情境中感受抽样的必要性，体会抽样方式的差异对结论的影响.
3. 能从条形统计图、折线统计图、扇形统计图、频数直方图中获取信息；会制作扇形统计图和频数直方图.
4. 了解不同统计图的特征，能根据具体问题情境选择合适的统计图，有效地展示数据.

三、设计思路

在信息社会中，人们经常需要作出选择. 在作出决策之前，人们往往需要经历收集数据、整理和表示数据、分析数据这一过程，这些正是统计的环节.

在小学阶段，学生初步从事过一些统计工作，如体验简单数据收集和整理的过程，认识简单的条形统计图和统计表，能根据统计图表回答简单的问题等. 考虑到学生当时的认知特点，他们对于统计过程的理解比较单一，对于统计知识的学习还不完整. 进入初中

后,学生将进一步学习统计知识.本套教科书,将按照统计的过程,按照问题解决的实际情况,以“数据收集—整理和表示—处理分析数据—作出判断”的顺序展开统计内容.本章将主要讨论和研究数据收集、整理和表示这两个环节.而具体各节内容的展开,教科书则力求按问题解决的实际情况展开,其中第1节和第2节讨论如何收集数据,第3节和第4节研究如何整理和表示数据.具体地说,第1节通过具体问题,回顾小学阶段学习过的统计图,然后从事一个简单的统计活动,通过该活动揭示统计的过程、环节并引出数据是如何收集的问题.第2节讨论由于调查对象(样本选取)的差别,就构成了两种不同的调查方式——普查和抽样调查,并通过案例分析普查和抽样调查的优缺点.通过前面两节,完成了数据的收集工作,从第3节开始探讨数据的整理和表示,进一步学习扇形统计图和频数直方图的制作.至此,学生已经学习了条形统计图、折线统计图、扇形统计图和频数直方图的制作,并能从统计图表中获取相应的信息.第4节将比较这些统计图在表示数据时的特点,寻找各种统计图之间的联系,选择合适的统计图表示数据信息,同时也将帮助学生分析统计图表中的数据,获取准确的信息.

需要说明的是,本章的前两节关注数据的收集,而数据的收集必须通过活动来完成,收集数据是统计过程的第一步,因此教科书中安排的统计活动都是从收集数据开始的.后面两节关注数据的整理和表示,我们默认学生已经能够进行数据的收集工作了,因此教科书中涉及的统计活动一般不再让学生讨论该如何收集数据,而将讨论的重心转向了如何对数据进行整理和表示.

在活动中发展学生的数据分析观念与数据处理的能力是本章的重要目标.这一目标的实现依赖于学生的实践活动,为此教科书注意了素材的可操作性和学生对这些问题的关注度,也注意到素材的延续性.学生只有亲自经历这些活动,对实现这一目标才是有帮助的.单纯地做书面练习、按照固定模式制作统计图等对实现这一目标作用并不大.

四、课时安排建议

1 数据的收集	1课时
2 普查和抽样调查	2课时
3 数据的表示	4课时
4 统计图的选择	2课时
回顾与思考	1课时

五、教学建议

1. 让学生经历统计活动的过程.

统计是一种活动,包含了不同的环节.本章主要涉及统计过程的前两个环节.对于这两个环节的处理,教科书以具体的活动为载体,力图在调查活动中帮助学生认识相关问题,弄清相关概念.活动在一定程度上会多占用一些教学时间,看似不如教师讲、学生练那样“经济”,但是学生在活动中积累的经验、获得的感受是单纯讲解所无法比拟的.因此在

教学中，一定要让学生经历统计的过程，经历统计的活动。

2. 重视学生的活动，特别是小组合作的活动。

统计活动往往非一人力量所能完成，需要同学间的合作；而对统计结果的评价也是因人而异的，通过充分地研讨，广泛地交流各自的观点，必能扩大学生的思维视角，深化学生对知识的理解。因此，教学中要加强活动的教学，特别是小组合作活动的组织与教学。在合作交流中，通过相互帮助，让所有学生都得到发展，达到共同进步。

3. 努力挖掘学生生活中的素材，有关数据要真实、可靠。

统计活动需要做调查，学生感兴趣的选题是促使学生认真完成任务的“催化剂”。同时，呈现学生感兴趣的数据或他们生活中的数据，也可以为学生后继的学习作一个很好的铺垫。因此，教科书在呈现数据时，尽可能选择学生身边熟悉的、感兴趣的话题，数据大多具有真实出处。当然，各个地区有差异，教科书选择的素材不可能满足所有地区的需要，也未必一定符合所有学生的喜好。因此，教师教学时可以根据需要及学生的实际情况，进一步挖掘学生生活中的素材，开展调查活动。

4. 鼓励学生思维的多样性。

同样的统计图表，不同的学生从中获取的信息是有差异的。因此，教学时应鼓励学生思维的多样性，鼓励学生从各个角度认识统计图表、获得信息。只要学生的回答有其一定的道理，就应给予肯定和鼓励。

六、评价建议

1. 注重对学生活动的评价，主要评价学生的参与程度、活动过程中的思维方式、与同学合作与交流的情况。

本章很多内容是在具体活动中展开的，因而对学生活动的考查应成为教学评价的主要方面。这方面的评价主要以学生在从事活动时的表现作为对象，对它们的评价可以从两个方面进行：一是学生在活动中的投入程度——能否积极、主动地从事各项活动，向同伴解释自己的想法，听取别人的建议和意见；二是学生在活动中表现出来的思维水平、表述水平等。因此教师应关注学生是否积极地参与讨论，是否有自己的观点，能否将自己的观点清晰而有条理地表述出来等。

2. 关注学生对知识技能的理解与应用。

知识技能的评价包括：了解总体、个体、样本的概念，理解频数等概念，能否主动地利用统计图表示数据信息，能否从统计图中获取信息并进行加工处理，能否熟练地运用计算器处理数据，对数据处理结果作出自己的评价等。

对这些知识技能的评价，应当更多地关注其在实际问题情境中的意义理解。如对于总体、个体、样本、频数等概念，关键是要求学生在具体问题情境中了解其意义，并会利用这些概念解决问题，不要求学生死记硬背这些概念；对于普查和抽样调查的优缺点，以及抽样调查的样本选取的注意事项等，亦应结合具体情境让学生体会，并根据学生的表现进行评价。因此，教学中可要求学生举例说明自己对问题的理解。

3. 提倡运用定性的方法对学生进行评价.

鉴于本章的特点, 在评价时更应注重定性的方法. 教师在日常教学中应多观察学生, 特别是他们在小组中的表现, 及时记录学生的独特的想法, 这不仅有利于教师全面评价学生, 而且使得评价与教学成为一个有机的整体. 教师还应鼓励学生建立自己的成长记录, 记录印象最为深刻的一次活动、在学习中遇到的困难、需要改进的地方等.

第八章 数据的收集与整理

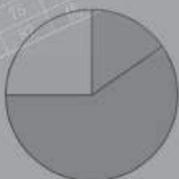
生活中你见过类似的图表吗？你能读懂这些图表吗？

在日常生活中，我们经常要和数据打交道，你知道这些数据是如何获得的吗？杂乱的数据难以反映其中蕴涵的信息，我们需要整理并采用合适的统计图表示数据。不同的统计图在表示数据时各有什么特点？你能从统计图中获得哪些信息？

本章我们将经历调查的全过程，着重感受收集数据、整理和表示数据这几个环节。

学习目标

- 经历统计活动的过程，形成用数据“说话”的意识
- 能结合具体情境，选择合适的方式获取数据
- 学会制作扇形统计图和频数直方图
- 能读懂各种统计图，选择合适的统计图表示数据



教学目标

1. 回顾条形统计图、折线统计图、扇形统计图等知识；通过简单活动，经历收集、整理、描述和分析数据的过程。
2. 了解收集数据的常用方法。
3. 通过具体活动，发展数据分析观念。

本节的主要内容是：通过具体问题，回顾小学阶段学习过的统计图，然后从事一个简单的统计活动，通过该活动揭示统计的过程、环节及数据的收集问题。因此，教科书设计的大致流程是：围绕一个既定的话题，呈现一些人获得的统计图表，让学生读图表获取信息（复习小学知识）；接着，要求学生完成一个简单的调查活动，经历统计活动的各个环节，由此揭示统计活动的步骤，引出数据是如何收集的问题。

1 数据的收集

2010年春，我国西南五省市遭受了特大的干旱，水资源问题成为全社会关注的热点。小颖和小明对水资源问题也很感兴趣，他们各自进行了调查。^[1]

小颖想了解她所在城市的用水量情况，于是她查找资料，得到了下面的统计图。

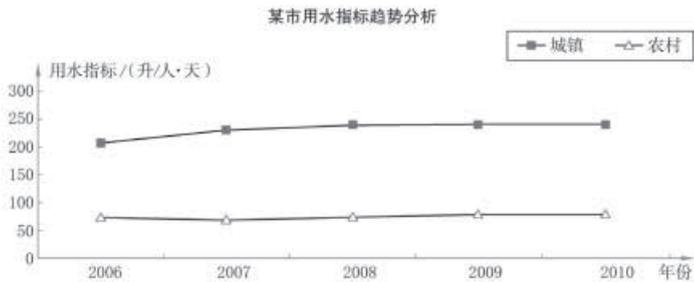


图 8-1

从小颖的统计图中，你能得到什么信息？^[2]

小明想了解周围的人是否具有节水的意识，于是他设计了一份简单的调查问卷，并到小区里随机调查了 40 人，他将部分调查结果制成了统计图。

小明的调查问卷：

调查问卷

年龄：_____岁

1. 你在刷牙时会一直开着水龙头吗？

A. 经常这样 B. 有时这样 C. 从不这样

2. 你会将用过的水另作他用吗？例如，用洗衣服的水拖地、冲厕所等。

A. 经常这样 B. 有时这样 C. 从不这样

^[1]关于“水资源”的调查，由于小颖和小明各自关心的内容不同，所以调查的主题也不同，从而说明统计过程中的第一个步骤是“明确调查的问题和目的”，为后面揭示统计过程做铺垫。同时，这里安排小颖通过查找资料的方式获得信息，安排小明通过调查的方式获得信息，也为后面讨论“如何收集数据”做了铺垫。

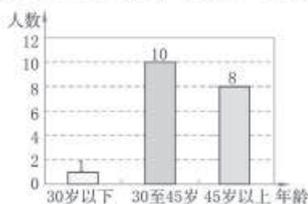
在调查结果的呈现形式上，小颖和小明的调查结果分别用不同的统计图表表示，目的是为了帮助学生回忆、复习小学学习的相关内容。

^[2]答案不唯一。例如，2006年至2010年，每年的城镇生活用水量都大于农村生活用水量；2006年至2010年，城镇生活用水量逐年略有提高，但总体变化不大，而农村生活用水量几乎没变……

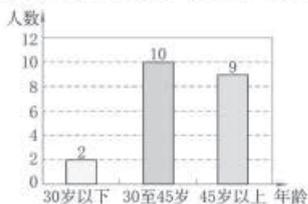
小明绘制的统计图： [1]



问题 1 中各年龄段选择“从不这样”的情况



问题 2 中各年龄段选择“经常这样”的情况



(1) 在小明调查的 40 人中，各年龄段分别有多少人接受了调查？

(2) 通过小明给出的调查数据，你认为哪个年龄段的人最具有节水意识？

做一做

请你用小明的调查问卷在全班做一个调查，收集问题 1 和问题 2 的调查结果，填入下表：

问题 1 的调查结果

选项	A. 经常这样	B. 有时这样	C. 从不这样
人数			

问题 2 的调查结果

选项	A. 经常这样	B. 有时这样	C. 从不这样
人数			

根据你的调查，你认为班级同学在节约用水方面做得怎样？

[1] (1) 30 岁以下有 6 人，30 至 45 岁有 24 人，45 岁以上有 10 人。

(2) 对问题 1，30 岁以下、30 至 45 岁、45 岁以上的年龄段中，选择“从不这样”的比例分别是 $1 \div 6 \approx 16.7\%$ ， $10 \div 24 \approx 41.7\%$ ， $8 \div 10 = 80\%$ ；对问题 2，30 岁以下、30 至 45 岁、45 岁以上的年龄段中，选择“经常这样”的比例分别是 $2 \div 6 \approx 33.3\%$ ， $10 \div 24 \approx 41.7\%$ ， $9 \div 10 = 90\%$ 。因此，一般认为，45 岁以上的人最具有节水意识。

对于 (2)，可能有学生会关注每个选项的绝对人数，即在问题 1 和问题 2 中“30 至 45 岁”这个年龄段对应的人数最多，由此认为该年龄段的人最具有节水意识。此时要引导学生关注部分在总体中所占的份额。

做一做

“做一做”的目的是想让学生经历、从事一个简单的统计过程，为后面明晰统计活动的过程做铺垫。

议一议

一般地,从事一个统计活动大致要经历以下过程:

- (1) 明确调查的问题和目的;
- (2) 确定调查对象;
- (3) 选择调查方法,设计调查问题;
- (4) 实施调查(形式多样,如问卷、访谈等形式);
- (5) 收集并整理数据;
- (6) 分析数据,得出结论,帮助人们作决策.

想一想

本栏目提出了 3 个问题,目的是讨论收集数据的常用方式.之后教科书中给予了明晰.

^[1] 如果学生对于上网查资料比较陌生,建议教师向学生说明或演示以下内容.

利用搜索引擎,上网查资料的一般步骤(以查找“我国火车大提速”的有关信息为例):

- (1) 进入某个设有搜索引擎的网站,如 www.baidu.com;
- (2) 在搜索栏中输入查找的关键词或相应的网站名称,如“火车大提速”或“铁道部”,点击搜索,计算机将显示找到的相关网页;
- (3) 依次进入这些网页,查阅所需要的资料.

随堂练习

- (1) 34 921; (2) 2%; (3) 答案不唯一.例如,从不让座的人所占比例是很少的,绝大多数的人都会让座.

议一议

从事一个统计活动大致要经历哪些过程?

想一想

- (1) 如果想了解我国水资源的总量、人均水资源占有量,你打算怎样获得这些数据呢?
- (2) 为了得到“抛一枚均匀的硬币 50 次,出现国徽朝上的次数”,你打算如何收集这个数据?
- (3) 获得数据的常用方式有哪些?

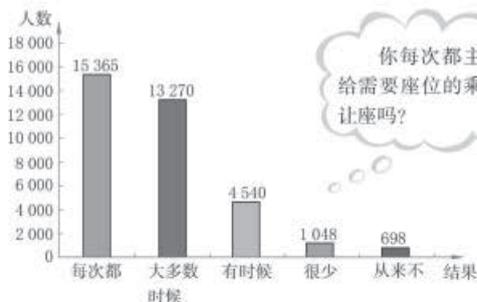
上面活动中的统计数据是怎么得到的呢?

我们经常通过调查、试验等方式获得数据信息.

当调查或试验项目很大,我们个人无法完成时,还可以通过查阅报纸、相关文献或上网等方式,获得数据信息.国家统计局的网站(www.stats.gov.cn)就是查资料的好地方.当然你也可以利用搜索引擎,输入你需要的关键词查找资料.^[1]

随堂练习

有人针对乘公交车时是否主动让座做了一次调查,结果如下:



你每次都主动给需要座位的乘客让座吗?

- (1) 参与本次调查的人数是多少?
- (2) “从不让座的人”占调查总人数的百分比是多少?
- (3) 根据以上的调查结果,你还能得到什么结论?

读一读

设计调查问卷

做调查时,有时需要我们自己设计调查问卷。问卷设计是否准确、科学,将直接影响数据收集的质量。那么,在设计调查问卷时,应注意什么呢?

一份问卷的设计往往包括问题的设计和答案的设计,我们先从问题的设计说起。

首先,问题的表述要清楚,避免使用含义不明确的词语。例如,“您是否经常看电视?”这一问题中,“经常”的标准是什么?不同的被调查者会有不同的理解,这样就影响了数据的质量。

其次,问题的表述不能太长,一个问题只能包含一个内容。问题太长容易引起被调查者的厌烦情绪,会降低问卷的回收率和有效率。包含的内容太多,则会使被调查者不知怎么回答。例如:“您喜欢乒乓球、足球、篮球吗?”这一问题就有明显的缺陷,因为有人可能只喜欢其中的一种或两种,回答“是”或“否”都不好,这时最好的方法就是把原问题分解成三个小问题。

另外,不要直接提敏感或隐私性问题,如“你家的存款有_____元?”如果确实需要了解,也要使用一些特殊的技巧来处理。比如,可以将问题设计成选择题,答案设计成分段的形式,这样会比直接提问要好一些。

还要说明的是,问题不能带有诱导性和倾向性,要保持客观中立。也就是说,问题不能流露出调查者本人的倾向和暗示,以免左右被调查者的回答。例如,“你是否赞成养狗以便更好地提高居家安全?”更容易引导被调查者回答“赞成养狗”,而“你是否赞成禁止养狗以防止狂犬病?”则有引导调查者回答“赞成禁止养狗”的倾向。

在答案设计时,也有几点要特别注意。

第一,答案要互斥。也就是说,一个问题所列出的全部答案必须互不相容,互不重叠,否则被调查者可能作出有重复内容的双重选择,影响调查结果。

第二,答案要穷尽。只有将全部可能的答案都列出,才能使每个被调查者有答案可选,不至于因为无合适的答案而放弃回答。为防止答案遗漏,有时可用“其他”作为弥补选项。

选一个主题,亲自设计一份调查问卷吧!

读一读

阅读材料进一步说明了设计调查问卷时的注意事项。

习题8.1

1. (1) 地球上淡水资源占总水量的 2.53%，我国淡水资源的总量约为 28 000 亿立方米，人均约为 2 200 立方米。

(2) 共 14 次，1949 年至 1959 年每年一次，以后 1984 年、1999 年、2009 年各一次。其中 60 年国庆大阅兵有 14 个徒步方队、30 个装备方队和 12 个空中梯队受阅。

2. (1) 答案不唯一。例如，在这次调查中，有较多的人知道母亲喜欢吃的菜，对母亲比较了解，但还有一部分人在这个方面做得不够。

(2) 略。

3. (1) 答案不唯一。查阅资料，可以得到很多相关图表，例如：

第 23 至 29 届奥运会
我国在金牌榜上的排名

届数	排名
第 23 届 (1984, 洛杉矶)	4
第 24 届 (1988, 汉城)	11
第 25 届 (1992, 巴塞罗那)	4
第 26 届 (1996, 亚特兰大)	4
第 27 届 (2000, 悉尼)	3
第 28 届 (2004, 雅典)	2
第 29 届 (2008, 北京)	1

习题 8.1

知识技能

1. 请你通过查阅资料的形式，回答下列问题：

- (1) 地球上淡水资源占总水量的百分比是多少？我国淡水资源的总量约为多少立方米？人均约为多少立方米？
- (2) 从 1949 年中华人民共和国建立到现在，我国进行过几次国庆大阅兵？分别在哪些年份举行？其中 60 周年国庆大阅兵分别有多少个徒步方队、装备方队和空中梯队受阅？

问题解决

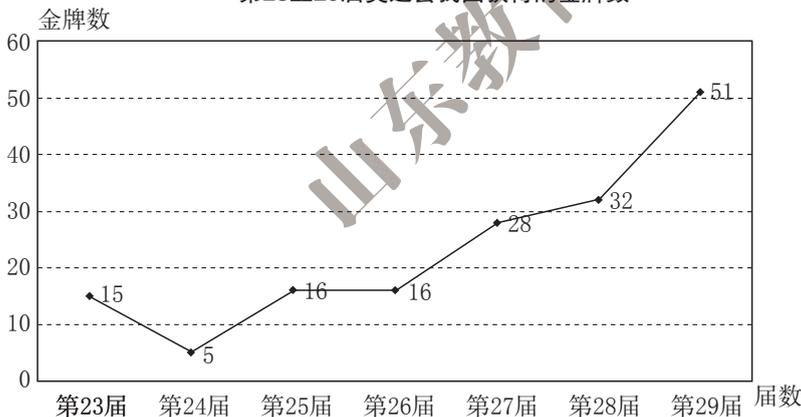
2. 某年母亲节，《东方时空》栏目组作了一个调查，结果如图所示。



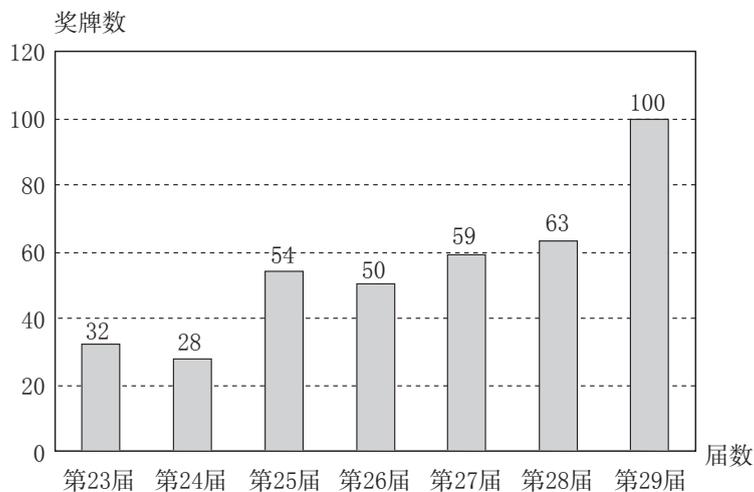
(第 2 题)

- (1) 从这幅图中，你能得到什么信息？有什么感想？
 - (2) 就这个问题，对全班同学进行调查，看看结果怎样。
3. 从 1984 年起，我国先后参加了第 23 至 29 届夏季奥运会，取得了骄人的成绩。
- (1) 查阅资料，了解我国在历届夏季奥运会金牌榜上的排名，以及所获金牌总数、奖牌总数、奖牌分布等情况；
 - (2) 你能从查阅到的图表中得到哪些信息？你有什么感触？与同学进行交流。
4. 调查全班同学在家做家务的现状。注意明确你的调查内容和目的，用适当的图表表示你的调查结果，并说明你获得数据信息的方式。

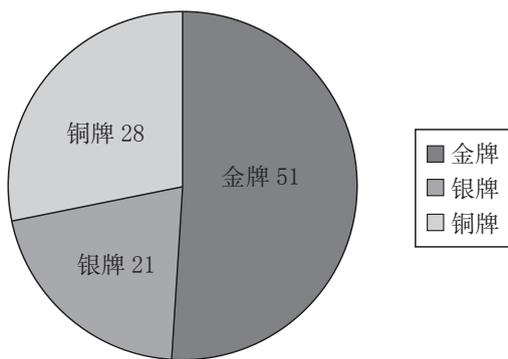
第 23 至 29 届奥运会我国获得的金牌数



第 23 至 29 届奥运会我国获得的奖牌总数



第 29 届奥运会我国奖牌分布情况



(2) 答案不唯一。例如，表格说明我国体育在世界的排名逐步提高；折线图说明历届奥运会我国获得的金牌数（除第 24 届外）都在提高，且近三届提高幅度较大；条形图反映出历届奥运会我国获得的奖牌数（除第 24 届外）都在提高，特别是第 29 届北京奥运会提高幅度较大；扇形图则反映了北京奥运会上获得奖牌的分布情况，其中金牌占的份额最大。

4. 略。此题也可以替换为班级学生比较感兴趣的话题，如调查学生最喜爱的体育活动，调查学生最喜欢的运动员，调查目前班级中最流行的词语，调查学生最喜欢的老师……但要注意明确调查的内容和目的。

教学目标

1. 经历调查、收集数据的过程，感受抽样的必要性。

2. 了解普查、抽样调查、总体、个体、样本等概念，了解普查和抽样调查的应用，并选择合适的调查方法，解决有关现实问题。

3. 在具体问题情境中，领会抽样调查的优点和局限性，体会不同的抽样可能得到不同的结果。

4. 能根据具体情境设计适当的抽样调查方案。

5. 进一步发展数据分析观念。

在过去的学习中，学生已经初步经历了一些数据收集的过程，获得了一些数据收集与处理的活动经验。但对于数据收集的方法，学生往往是凭借一些生活的经验，对此缺乏一种理性的思考。为此，本节介绍数据收集的两种常用方法——普查和抽样调查，并希望通过实际问题的讨论，让学生明确两种方式的特点，从而能够根据具体情况选用适当的调查方式。

教科书首先通过回顾上一节课的内容，引入普查、总体、个体等概念，接着通过一个“想一想”，引起学生对普查局限性的思考，从而引出抽样调查、样本等概念；同时在这一过程中，学生自然会对两种调查方式进行比较，明确各自的使用范围。最后借助一个具体的调查活动，通过对各种抽样方式及其结果的比较与分析，让学生进一步体会抽样调查的优点和局限性，了解抽样调查中样本选取的注意事项，体会不同的抽样可能得到不同的结果。

^[1] 教学中不宜对普查、总体、个体等概念进行识记性考查，而应力求让学生结合具体情境了解其意义。

2 普查和抽样调查

在上一节中，我们曾对全班同学的节水意识进行了调查，像这种为某一特定目的而对所有考察对象进行的全面调查叫做普查。其中，所要考察对象的全体称为总体（population），而组成总体的每一个考察对象称为个体（individual）。^[1]

例如，为了准确了解全国人口状况，我国每10年进行一次全国人口普查。当考察我国人口年龄构成时，总体就是具有中华人民共和国国籍并在中华人民共和国境内常住的人口的年龄，个体就是符合这一条件的每一个公民的年龄。

想一想

你能用普查的方式了解下面的信息吗？你准备如何调查？与同伴进行交流。

- (1) 全国中学生的节水意识；
- (2) 中央电视台春节联欢晚会的收视率；
- (3) 一批电视机的寿命。

普查可以直接获得总体的情况，但有时总体中个体数目较多，普查的工作量较大；有时受客观条件的限制，无法对所有个体进行普查；有时调查具有破坏性，不允许普查。这时，人们往往从总体中抽取部分个体进行调查，这种调查称为抽样调查（sampling investigation），其中从总体抽取的一部分个体叫做总体的一个样本（sample）。^[2]

例如，上一节中小明调查了40人的节水意识，就属于抽样调查。我国每5年进行一次全国1%人口的抽样调查，其中被抽取的1%人口就是全国人口的一个样本。

中国大陆31个省、自治区、直辖市和现役军人的人口年龄构成（2010年第六次全国人口普查）

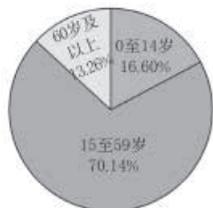


图 8-5

这里所说的“考察对象”是指表示事物某一特征的数据。如对全班同学每周干家务活的时间进行普查时，考察的对象不是全班“同学”，而是他们每周干家务活的“时间”。为此，教科书在普查、总体、个体等概念之后，通过一个全国人口普查的例子加以说明。但这一概念并不影响学生对于普查本身的理解，也不影响学生具体的统计活动的实施。因此，教学中让学生了解即可，建议不要对此作辨别训练，更不要进行相关的考查。

想一想

旨在让学生初步体会普查的应用与局限性，从而引出抽样调查，感受抽样的必要性。教学时，应鼓励学生解决方式的多样性。对于问题（2），由于受到人数等条件的限制，一般无法对所有个体进行普查。对于问题（3），由于检查电视机的使用寿命，对电视机具有一定的破坏性，一般仍使用抽样调查的方式。

当然，对于教学素材，教学中应结合学生的生活实际和认知实际进行选择使用。但选择素材时应尽量体现出普查几个方面的局限性，从而顺利过渡到抽样调查。

[2] 对于抽样调查、样本等概念，仍然只要求学生在具体情境中领会。

随堂练习

答案不唯一. 例略.

习题 8.2

- (1) 普查;
(2) 抽样调查.
- (1) 总体是 500 株桃树的产量, 个体是 10 株桃树的产量.
(2) 总体是一年中每天的旅游人数, 个体是 30 天中每天的旅游人数.
(3) 总体是某一路口的汽车流量情况, 个体是 10 天中每天在同一时间里通过该路口的汽车辆数.
- 方案不唯一. 既可以用普查的方式(如一个一个地调查或者到医务室调用体检档案), 也可以用抽样调查的方式(如抽查所有学号为 3 的倍数的学生或每班随机抽查 10 名学生). 对学生提出的方案的评判尺度应是弹性的, 关键是看其方案是否切合本校学生实际.

议一议

教学中可以先让学生设计一个方案, 以了解所在地区老年人的健康状况. 在学生思考的基础上, 分别以三种方式呈现 3 位学生的调查结果, 进一步巩固统计图表的有关知识, 同时通过问题串引起学生对抽样调查中样本的代表性和广泛性的思考.

随堂练习

举例说明什么时候必须用普查的方式获取数据, 什么时候可以用抽样调查的方式获取数据.

习题 8.2

知识技能

- 下列调查中, 分别采用了哪种调查方式?
 - 为了了解你们班同学的身高, 对全班同学进行调查;
 - 为了了解你们学校学生的课外活动情况, 对所有学号是 5 的整数倍的同学进行调查.
- 下列抽样调查的总体和样本分别是什么?
 - 为了估计今年果园中 500 株桃树的产量, 从中抽取 10 株桃树的产量进行统计;
 - 为了了解某风景区一年中每天的旅游人数, 抽取 30 天中每天的旅游人数进行统计;
 - 为了了解某一路口的汽车流量情况, 交通管理部门对 10 天中每天在同一时间里通过该路口的汽车辆数进行统计.

数学理解

- 设计一个方案, 了解你校六年级学生的视力状况.

议一议

为了了解你所在地区老年人的健康状况, 你准备怎样收集数据?

下面分别是小明、小颖、小彬三个小组的调查结果:

我们小组在公园里调查了 100 名老年人, 他们一年中生病的次数如图 8-6 所示.



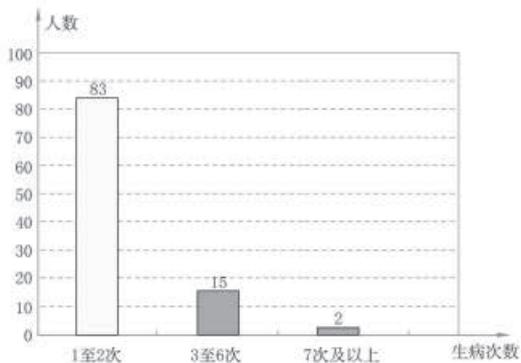


图 8-6



我们小组在医院调查了 100 名老年病人，他们一年中生病的次数如图 8-7 所示。



我们小组调查了 10 名老年邻居，他们一年中生病的次数如下表所示。

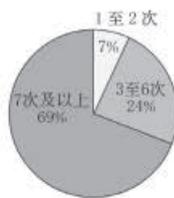


图 8-7

生病的次数	人数
1至2次	4
3至6次	5
7次及以上	1

(1) 你同意他们的做法吗？说说你的理由。

(2) 为了了解该地区老年人的健康状况，你认为应当怎样收集数据？与同伴进行交流。

(3) 小华利用派出所的户籍网随机调查了该地区 10% 的老年人，发现他们一年平均生病 3 次左右。你认为他的调查方式如何？

随机调查，就是按机会均等的原则进行调查，即总体中每个个体被选中的可能性都相等。这样的抽样方法是一种简单随机抽样。

山东教育出版社

山东教

[1] 抽样时应注意:

被调查的对象不能太小, 被调查对象应是随机选取的, 调查数据应是真实的等.

随堂练习

- (1) 抽样调查更合理, 因为灯泡寿命的调查具有破坏性;
(2) 普查和抽样调查都可以;
(3) 普查.
- (1) (2) 可以, (3) 不合适.

读一读

一般来讲, 学生对样本的代表性缺乏深刻的认识, 容易认为大样本即可保证调查结论的准确性. 本文借助历史上的典型案例, 进一步说明抽样调查时, 既要关注样本的广泛性, 又要关注其代表性.

想一想

抽样调查有什么特点? 抽样时应注意什么? [1]

抽样调查只考察总体的一部分个体, 因此它的优点是调查范围小, 节省时间、人力、物力和财力, 但其调查结果往往不如普查得到的结果准确. 为了获得较为准确的调查结果, 抽样时要注意样本的代表性和广泛性.

随堂练习

- 要调查下面的问题, 你觉得用什么调查方式比较合理?
 - 调查某种灯泡的使用寿命;
 - 调查你们学校六年级学生的体重;
 - 调查你们班学生早餐是否有喝牛奶的习惯.
- 为了了解你们学校的学生是否吃早饭, 下列这些抽取样本的方式是否合适?
 - 早上 7:00 至 7:30 在校门口随机选择 50 名同学进行调查;
 - 选择全校每个班级中学号是 5 和 15 的同学进行调查;
 - 选择六(1)班全体学生进行调查.

读一读

大样本一定能保证调查结论准确吗

1936 年美国总统选举期间, 《文学文摘》杂志向 1 000 万选民寄去了调查问卷, 这些选民的名单是从电话簿、俱乐部名册以及杂志的订户中挑选的. 结果在寄出的 1 000 万份调查问卷中, 约有 240 万选民寄回了调查表. 根据这部分选民的回答, 《文学文摘》预测共和党的兰登将当选. 选举当天的结果却完全出乎他们的意料, 选民中只有 38% 的人投了共和党的票, 而民主党的罗斯福以多数票当选. 《文学文摘》采用了 1 000 万的巨大样本, 为何会预测失败呢?

原来 20 世纪 30 年代是美国经济衰退的时期, 那时能够安装电话、加入上流社会俱乐部或能订阅杂志的美国人, 大部分支持共和党, 也就是说, 《文学文摘》选择的样本虽然巨大却存在偏差, 样本不具有广泛性和代表性.

《文学文摘》的事例表明, 抽样调查时既要关注样本的大小, 又要关注样本的代

表性。那是不是在样本具有代表性的情况下，样本越大越好呢？一般来说，在样本具有代表性的情况下，样本增大，所得结果误差会减小，但是当样本大到一定程度之后，再增加样本，精确度的增加却是微小的，同时巨大的样本不仅耗资太大，也不便于管理。因此在进行抽样调查时，关键在于精心设计抽样方案，选择有代表性的样本，这样，只用较少的经费，就可能作出接近真实情况的预测。

习题 8.3

知识技能

- 为了完成下列任务，你认为采用什么调查方式更合适？
 - 了解你们班同学周末时间是如何安排的；
 - 了解一批圆珠笔芯的使用寿命；
 - 了解我国六年级学生的视力情况。
- 电视台需要在本市调查某节目的收视率，每个看电视的人都要被问到吗？对一所中学学生的调查结果能否作为该节目的收视率？你认为对不同地区、不同年龄、不同文化背景的人进行的调查结果会一样吗？

数学理解

- 王叔叔准备买一台彩电，他从报纸上得知上季度甲型号的彩电销售量比乙型号彩电销售量略高，于是他决定买甲型号的彩电。可是，到了商店以后，他观察了一会儿，发现有3人买了乙型号的彩电，只有1人买了甲型号的彩电。他想一定是报纸弄错了，于是也买了乙型号的彩电，你认为一定是报纸弄错了吗？

问题解决

- 在正式出版物中，你认为“的”和“了”哪个汉字使用得多？请你设计一个调查方案。
- 我国自古就流传着“百家姓”，现在哪个姓氏的人比较多呢？
 - 在全班进行调查，找出你们班最常见的三个姓氏，它们是什么？
 - 调查全校同学的姓氏情况，你打算怎样调查？写出你们学校最常见的三个姓氏；
 - 通过查资料的方式，看看全国最常见的三个姓氏是什么，这个结果和你调查的全班姓氏情况、全校姓氏情况一致吗？

继学习作准备，渗透了一定的统计推断思想。对于“哪个汉字使用得多”的回答，只要求学生作一个直觉上的判断，至于所作的判断正确与否需要用调查数据说话。调查方案的设计方法不唯一。例如，可以选择一本书，任意打开一页，统计两个字出现的次数，然后按下表的方式统计下去。不同学生选择不同的书或页码，统计完成后，看看大家的结果是否一致。当然也可以利用计算机 word 软件中的查找功能，针对某几个网页，完成统计。

统计的页数	1 页	2 页	3 页	4 页	5 页	...
“的”出现的次数						
“了”出现的次数						

5. 略。

习题 8.3

- （1）普查和抽样调查两种方式都可以（只要学生说的有道理就应给予肯定性评价）；
 - （2）因为测试圆珠笔芯的使用寿命时对圆珠笔芯会造成一定的破坏，所以一般采用抽样调查的方式；
 - （3）一般采用抽样调查的方式。
- 一般而言，在一个城市调查某电视节目的收视率，不可能对每个看电视的人都进行调查；一所中学的学生不具有代表性，其调查结果不能作为该节目的收视率；对不同地区、不同年龄、不同文化背景的人所进行的调查结果不一样。
- 不能认为一定是报纸弄错了，因为对一个季度销售量的统计结果比在一个商场观察一会儿的统计结果更可靠。
- 本题让学生经历数据的收集与整理的过程，同时也为后

教学目标

1. 理解扇形统计图的特点，会制作扇形统计图，并能从中获取信息。

2. 了解频数等概念，能绘制相应的频数直方图。

统计工作第一件事情是收集数据，前两节讨论的正是这方面的内容。当数据的收集工作完成之后，就需要对数据进行整理和表示，学生在小学阶段已经初步经历过这个过程。例如，他们可以用“√”或“正”等记号整理数据，可以根据整理的数据画出条形统计图、折线统计图，可以从呈现的统计图中得到相关的信息。本节将在小学数学学习的基础上进一步讨论数据的整理和表示问题，主要介绍扇形统计图的制作和频数直方图的制作。

本节共分 4 课时。第 1 课时和第 2 课时主要介绍扇形统计图。学生在小学阶段已经“见”过扇形统计图，当时学生可以从中读取信息，但是不会画。本课时从一个具体的问题出发，指导学生学习扇形统计图的画法，在此基础上进一步认识扇形统计图的特点。第 3 课时和第 4 课时主要介绍频数直方图。频数直方图的绘制比之前的其他统计图要复杂一些，为此，教科书安排了 2 课时完成这一学习任务。

^[1] 这里给出了一个具体问题，涉及数据的收集、整理和表示。由于前面两节已经具体讨论过数据的收集问题，所以这里直接进入数据的表示环节。

(1) 让学生经历、体会“数据能帮我们作出决策”。这里学生可能会回答：组织乒乓球比赛，因为喜欢这个项目的人数最多；也可能回答：喜欢乒乓球的人数占调查总人数的百分比最高……只要学生的观点合理，就应给予肯定。

3 数据的表示

小明是校学生会体育部部长，他想了解现在同学们更喜欢什么球类运动，以便学生会组织受同学们欢迎的比赛。于是他设计了调查问卷，在全校每个班随机选取了 10 名同学进行调查，调查问卷及调查结果如下：

调查问卷						
你最喜欢的球类运动是()。(单选)						
A. 篮球	B. 足球	C. 排球	D. 乒乓球			
E. 羽毛球	F. 其他球类运动_____					

最喜欢的球类运动	篮球	足球	排球	乒乓球	羽毛球	其他
人数	69	63	27	96	36	9

(1) 如果你是小明，你会组织什么比赛？你是怎样判断的？

(2) 喜欢篮球运动的人数占调查总人数的百分比是多少？喜欢足球运动的人数占调查总人数的百分比是多少？排球、乒乓球、羽毛球、其他球类运动的百分比呢？上述所有百分比之和是多少？

(3) 你能尝试用扇形统计图表示上述结果吗？^[1]

在扇形统计图中，每部分占总体的百分比等于该部分所对应扇形的圆心角的度数与 360° 的比。^[2]

根据上述小明的调查数据，可以按如下方法绘制扇形统计图：

(1) 计算各选项人数占调查总人数的百分比，并填在下表中：

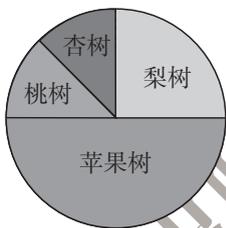
(2) 为了引入扇形统计图的制作, 需要讨论“百分比”问题. 如果在问题(1)的讨论中, 已有学生用到了百分比, 那么便可自然地过渡到问题(2).

(3) 尽管学生还未学习扇形统计图的制作方法, 但仍应让学生先进行尝试, 在学生尝试、交流的基础上再予以明晰.

^[2]在计算百分比和圆心角度数时, 会出现除不尽的情况, 有时四舍五入后, 会出现百分比之和不为 100% 或圆心角之和不为 360° , 这是由于取近似值引起的. 此时圆心角相差 1° 或 0.1° , 对画图一般没有多大影响. 学生对此只需了解即可, 教学时不必深究, 更不应进行相关的训练和考查.

随堂练习

1.



这是一个实际问题，数据真实，因此数据显得比较复杂，学生在完成此练习时应使用计算器。

2. (1)(2) 答案如下：

四大洋名称	各大洋面积占四大洋总面积的百分比	各大洋对应的扇形圆心角度数
太平洋	50%	180°
大西洋	25%	90°
印度洋	21%	76°
北冰洋	4%	14°
合计	100%	360°

不要求每个学生都列出统计表来回答问题，但教师应给予引导。

(3) 略。

	篮球	足球	排球	乒乓球	羽毛球	其他
百分比						

(2) 计算各个扇形的圆心角度数：圆心角度数 = $360^\circ \times$ 该项所占的百分比。

	篮球	足球	排球	乒乓球	羽毛球	其他
对应的圆心角度数						

(3) 在图 8-8 中画出各个扇形，并标上百分比。

扇形统计图可以直观地反映各部分在总体中所占的比例。

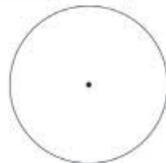
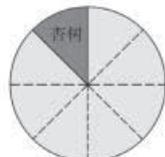


图 8-8

随堂练习

- 在幸福村的果园里， $\frac{1}{4}$ 的面积种植了梨树， $\frac{1}{2}$ 的面积种植了苹果树， $\frac{1}{8}$ 的面积种植了杏树，其余的面积种植了桃树。你能根据这些数据完成右面的幸福村果树种植面积扇形统计图吗？
- 根据下表制作扇形统计图，表示各大洋面积占四大洋总面积的百分比。

幸福村果树种植面积统计图



(第 1 题)

四大洋的面积统计表

海洋名	面积/万平方千米
太平洋	17 967.9
大西洋	9 165.5
印度洋	7 617.4
北冰洋	1 475.0

- 借助计算器，计算各大洋面积占四大洋总面积的百分比（结果精确到 1%）；
- 借助计算器，计算各大洋面积对应的扇形圆心角的度数（结果精确到 1°）；
- 画出扇形统计图。

习题 8.4

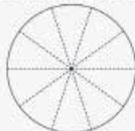
知识技能

1. 根据下面所给的数据, 完成扇形统计图.

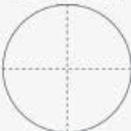
(1) 地球陆地面积约占地球总面积的 $\frac{3}{10}$, 海洋面积约占地球总面积的 $\frac{7}{10}$;

(2) 从总体上看, 中国山地多、平地少. 海拔在 500 m 以上的地区约占全国陆地总面积的 $\frac{3}{4}$; 海拔在 500 m 以下的约占 $\frac{1}{4}$.

地球海陆分布统计图



中国地形统计图



(第 1 题)

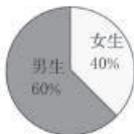
2. 东山农场有 36 公顷田地, 用来种植玉米、花生和棉花. 去年这三种作物的种植面积和产值见下表:

作物名称	玉米	花生	棉花
种植面积/公顷	19.8	5.4	10.8
产值/万元	25.8	7.2	27.0

你能用扇形统计图表示这三种作物的种植面积和产值吗?

数学理解

※3. 某班男女生人数比例如图(1)所示, 如果用图(2)的正方形表示这个班全体人数, 你能在图(2)中直观地表示该班男女生人数的比例关系吗?



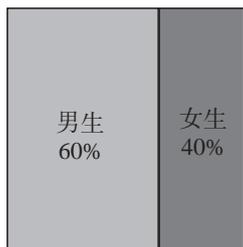
(1)



(2)

(第 3 题)

※3. 如图所示

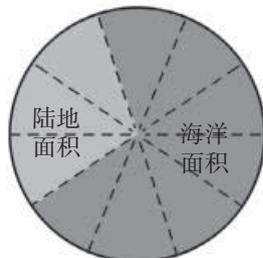


注意: 一般情况下用圆和扇形代表总体和部分要比其他形式更加直观方便.

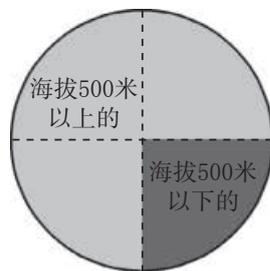
在扇形统计图中, 是从圆的圆心出发, 用 360° 乘该部分所占比例, 得到角度后画扇形的; 但在正方形的图中, 若从正方形的中心出发, 不能用 360° 乘该部分所占比例, 得到角度再分割正方形.

习题 8.4

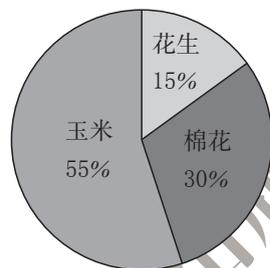
1. (1) 地球海陆分布统计图



(2) 中国地形统计图



2.



做一做

- (1) 扇形 A.
- (2) 根据实际数据回答.
- (3) 约 3.78 公顷.

议一议

圆代表的是总体 1 (即 100%), 圆的大小与具体的数量大小没有关系.

小明的看法不正确. 因为从扇形统计图只能看出各部分占总体的百分比, 如果没有其他条件, 是无法得出具体的数量的.

想一想

原因在于这一调查是多选, 此时最好使用条形统计图表示.

随堂练习

不能. 因为不知道每一个学校的总人数.

做一做

观察图 8-9, 回答下列问题:

- (1) 如果用整个圆表示总体, 那么哪个扇形表示总体的 25%?
- (2) 如果用整个圆表示你们班的人数, 那么扇形 B 大约代表多少人?
- (3) 如果用整个圆表示 9 公顷稻田, 那么扇形 C 大约代表多少公顷稻田?

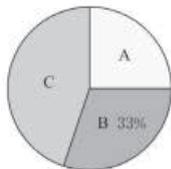


图 8-9

议一议

图 8-10 是甲、乙两家庭全年支出费用的扇形统计图. 根据统计图, 小明认为就全年食品支出费用来说, 乙家庭比甲家庭多. 你同意他的看法吗? 为什么?

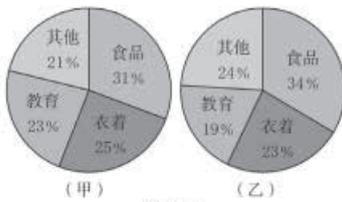


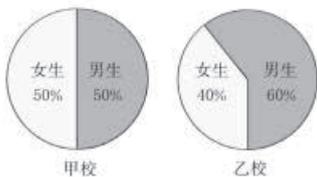
图 8-10

想一想

小明对全班 40 名学生进行了“你对哪些课程非常感兴趣”的调查, 获得如下数据: 语文 20 人, 数学 25 人, 英语 18 人, 物理 10 人, 计算机 34 人, 其他 12 人. 他想用扇形统计图表示这些数据, 却发现 6 项的百分比之和大于 1. 为什么会这样呢?

随堂练习

从下图所示的两个统计图中, 你能看出哪一个学校的女生人数多吗?

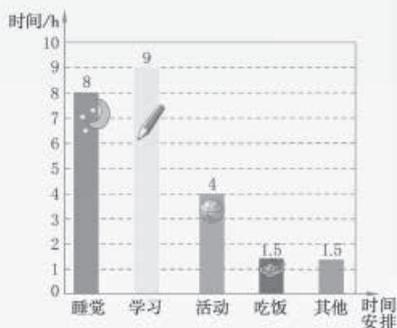


习题 8.5

知识技能

1. 小颖一天的时间安排统计情况如图所示.

- (1) 根据图中的数据制作扇形统计图, 表示小颖一天的时间安排;
- (2) 比较两幅统计图的不同;
- (3) 制作扇形统计图表示你一天的作息情况.

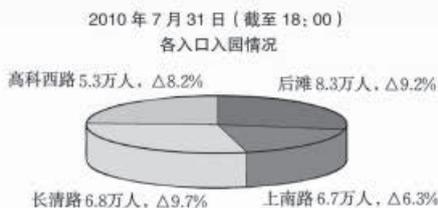


(第1题)

问题解决

2. 第41届世界博览会于2010年5月1日至2010年10月31日在上海举办, 其中7月31日(截至18:00), 经后滩、上南路、长清路、高科西路入园游客人数如图所示(数据来源: www.expo.cn).

(“ Δ ”表示和2010年7月30日(截至18:00)相比入园人数增加的百分比)



(第2题)

- (1) 2010年7月31日(截至18:00), 以上4个入口共有多少游客入园?
- (2) 2010年7月30日(截至18:00), 后滩入口约有多少游客入园?(结果精确到0.1万)
- (3) 假设游客在园区内的餐饮消费为人均40元, 请你设法估计: 园区内一个月(以30天计)的餐饮营业额大约是多少?
- (4) 从图中你还能获得哪些信息?

2. (1) $8.3 + 6.7 + 6.8 + 5.3 = 27.1$ (万人).

(2) 7.6 万人.

提示: 设2010年7月30日(截至18:00), 后滩入口有 x 万人入园, 根据题意, 得 $x(1 + 9.2\%) = 8.3$.

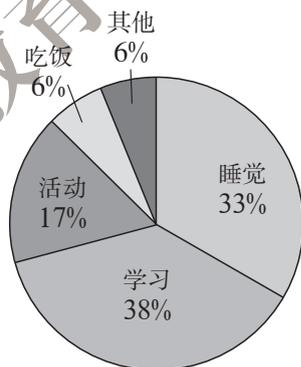
(3) 答案不唯一. 若以7月31日入园人数估计, 一个月餐饮营业额约为 $271\,000 \times 40 \times 30 = 325\,200\,000$ (元). 可能有学生提出用7月30日的游客人数来估计, 也可能会有学生提出上网查一个月的游客总数, 然后用这个数据估计……因为是估计, 所以只要学生使用的方式合理即可.

(4) 答案不唯一. 例如, 能得到7月30日经后滩、上南路、长清路、高科西路入园游客人数等.

习题8.5

1. 要求学生从条形统计图中获取数据, 再制作扇形统计图, 并从中体会两种统计图各自的特点.

(1) 如图所示. 在制作统计图时, 可能会出现除不尽的情况, 需要合理地取近似值.



(2) 学生只要能用自已的语言清楚地表达出两种统计图的不同即可. 例如, 从条形统计图中可以得到每项安排的具体时间, 从扇形统计图中可以看到每项安排所需时间占全天时间的百分比.

(3) 略.

本课时从学生熟悉的条形统计图开始，逐步变化，从而引入频数直方图。本课时的主要任务是：(1) 探寻频数直方图和条形统计图的关系；(2) 在已经给出分组的情况下绘制频数直方图。

[1] 这里给出了一个具体的情境，涉及用什么合适的方式呈现数据，使其能满足一定的要求。在问题(1)中，需要表示的是英语成绩的分布情况，而英语成绩是以等级(优、良、中)的形式给出的，因此不论是表格还是条形统计图，都能比较好地反映数据信息。问题(2)需要表示的语文成绩是连续型的数据，学生根据自己的已有经验所绘制的统计图表一般不能很好地反映数据的分布情况。教科书借用小明的做法引入频数直方图，通过比较，感受将数据分组的必要性以及频数直方图的优点，同时说明频数直方图和条形统计图的关系。

下表是某校六(2)班学生的入学信息表：[1]

学号	性别	身高/ cm	入学成绩			学号	性别	身高/ cm	入学成绩		
			语文	数学	英语				语文	数学	英语
1	女	167	81	88	优	16	女	162	83	85	优
2	男	162	78	85	良	17	女	157	86	80	优
3	女	165	86	90	优	18	女	160	92	93	优
4	男	160	81	99	中	19	男	164	83	89	优
5	女	165	94	86	优	20	女	161	75	77	良
6	女	167	83	75	良	21	男	162	86	97	优
7	女	165	88	94	优	22	男	164	91	91	优
8	男	166	79	98	优	23	女	163	87	82	优
9	女	159	72	65	中	24	男	154	82	88	优
10	男	169	86	97	优	25	男	172	68	70	中
11	男	168	91	96	优	26	男	153	88	95	优
12	男	158	80	93	良	27	男	156	80	87	优
13	男	160	85	89	优	28	男	163	82	81	优
14	女	159	90	84	优	29	男	164	78	75	良
15	女	162	91	89	优	30	女	161	89	87	优

(1) 你能用恰当的统计图表示这个班的学生入学时的英语成绩吗？从你的图中能看出大部分学生处于哪个等级吗？成绩的整体分布情况怎样？

(2) 你能用恰当的统计图表示这个班的学生入学时的语文成绩吗？从你的图中能看出大部分学生处于哪个分数段吗？成绩的整体分布情况怎样？

对于(1)，小明采用了表格的形式，小颖采用了条形统计图：

英语成绩	优	良	中
人数(频数) ^①	22	5	3

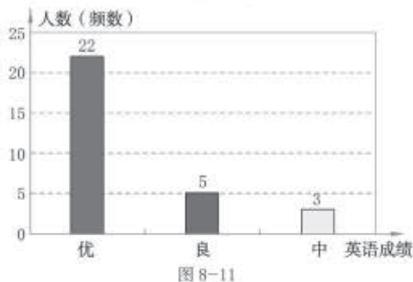


图 8-11

① 这里的“人数”表示优、良、中出现的频繁程度，因此也称为频数 (absolute frequency)。

对于(2),小明还想采用表格和统计图的方法,结果他觉得很复杂.

语文成绩/分	68	72	75	78	79	80	81	82	83
人数(频数)	1	1	1	2	1	2	2	2	3
语文成绩/分	85	86	87	88	89	90	91	92	94
人数(频数)	1	4	1	2	1	1	3	1	1

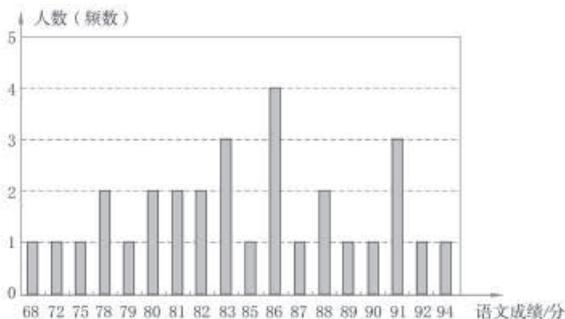


图 8-12

这时他借鉴英语成绩表示,将语文成绩按10分的距离分段,统计每个分数段的学生数:^[1]

语文成绩/分	60~70 ^①	70~80	80~90	90~100
人数(频数)	1	5	18	6

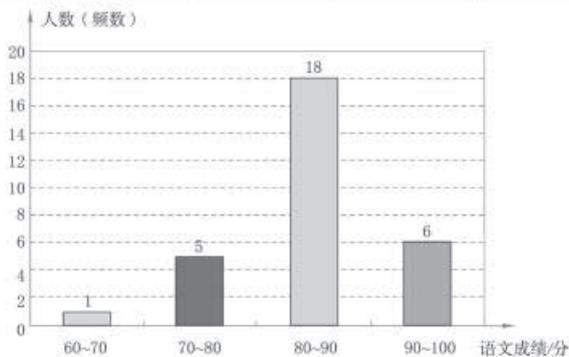


图 8-13

①这里的60~70表示大于等于60同时小于70.本章类似的记号均表示这一含义.

然,学生以前所研究的条形统计图的横向指标多为离散型变量(定性或定序指标),相应的频数直方图比较简单,而本课时及下一课时研究的是用“条形”来描述横向指标为连续变量的频数直方图.

^[1]本章的“~”有特定含义.学完不等式之后可以用不等式表示.

频数直方图本质上是一种条形统计图.条形统计图具有两个指标,一个是横向指标(相当于横坐标、自变量),反映考察对象的类别;另一个是纵向指标(相当于纵坐标、因变量),反映该类别考察对象的数量特征.从这个意义上讲,频数直方图只是一种以频数为纵坐标的条形统计图.正因为如此,教科书没有给出频数直方图的严格概念,而只是通过具体实例加以说明.当然,

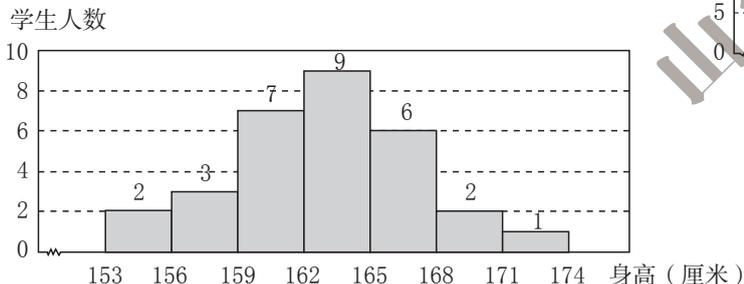
需要说明的是，频数直方图和条形统计图都可以直观地表示出具体数量，它们的主要区别是：（1）条形图是用小长方形的长度表示各类别频数的多少，小长方形的宽度（表示类别）是固定的；而频数直方图是用小长方形的面积表示各组频数的多少，小长方形的长度与宽度均有意义。当组距相等时，可以用小长方形的长度来表示频数（本套教科书涉及的都是这种情况）。（2）条形统计图往往表示的是离散数据，各小长方形通常分开排列；而频数直方图更多用于表示连续分组数据，直方图中的各小长方形通常连续排列。（3）条形图是直观地显示出具体数据，而频数直方图则是表现频数的分布情况。对此，教师只需了解即可，不应向学生讲解，更不能对学生进行相关考查。

做一做

旨在进一步巩固频数直方图的画法。

随堂练习

如图所示。



你能明白小明的做法吗？

我们把图 8-13 的横轴略作调整，得到图 8-14。

像这样的统计图称为频数直方图。

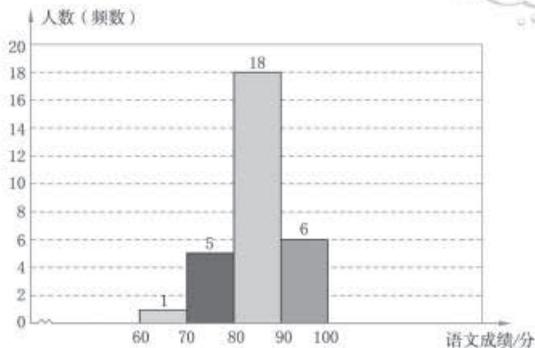


图 8-14

频数直方图是一种特殊的条形统计图，它将统计对象的数据进行了分组，画在横轴上，纵轴表示各组数据的频数。

当样本数很大，样本中数据的差距也比较大时，频数直方图能更清晰、更直观地反映数据的整体状况。

做一做

请将本节课入学信息表中的数学成绩按 10 分段，用频数直方图表示。

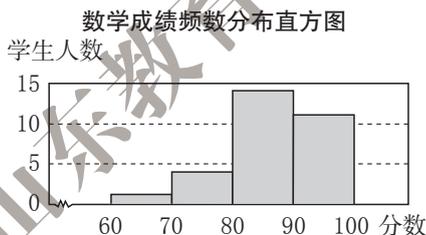
随堂练习

请将本节课入学信息表中的身高数据按 3 cm 分段，用频数直方图表示。

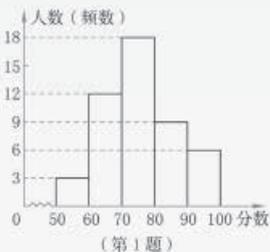
习题 8.6

知识技能

1. 某地区随机抽调了一部分市民进行了一次法律知识测试，将测试成绩（得分取整数）进行整理后分成五组，并绘制成频数直方图：



- (1) 这次活动共抽取了多少人测试?
 (2) 测试成绩的整体分布情况怎样?



2. 某同学调查了小区内 50 户家庭当年 10 月份的家庭用水量, 结果(单位: m^3)如下:

家庭用水量	4.0~5.5	5.5~7.0	7.0~8.5	8.5~10.0	10.0~11.5	11.5~13.0	13.0~14.5	14.5~16.0
家庭数	9	12	11	8	5	1	2	2

请你根据上述信息, 绘制相应的频数直方图.

问题 解决

3. (1) 设法收集你所在地区连续 30 天的空气污染指数;
 (2) 空气质量等级划分如下:

空气污染指数	空气质量级别	空气质量状况
0 至 50	I	优
51 至 100	II	良
101 至 150	III1	轻度污染
151 至 200	III2	轻度污染
201 至 250	IV1	中度污染
251 至 300	IV2	中度重污染
大于 300	V	重污染

根据上述划分, 请把你收集到的数据制作成频数直方图.

当遇到大量的数据或数据连续取值时, 我们通常先将数据适当分组^①, 然后可以制作频数直方图直观地反映整体的分布状况.

^① 数据越多, 分的组数也就越多. 当数据在 100 以内时, 通常按照数据的多少, 分成 5 至 12 组.

- (1) 找出所给数据中的最大值和最小值, 确定统计量的范围.
- (2) 确定组数和组距并进行分组. 数据个数在 100 以内, 一般分 5 至 12 组.
- (3) 统计每组中数据的频数.
- (4) 根据分组和频数, 绘制频数直方图.

习题 8.6

1. (1) 48 人;
 (2) 测试成绩为 70 至 80 分的人数最多, 不及格和 90 分以上的人相对较少.
2. 略.
3. 略.

本课时主要讨论绘制频数直方图的一般步骤. 与上一课时不同的是, 这一课时需要学生将数据分组.

制作频数直方图的一般步骤是:

例 通过例题的方式明确频数直方图的画法. 其中, 确定组数和组距是比较关键的一步, 也是学生感觉比较困难的地方. 教学中教师可以结合具体例题加以说明.

(1) 组距是指每个小组的两个端点之间的距离, 分组时, 应要求各组的组距相等.

(2) 如何分组? 其实没有严格的规则, 往往要有一个尝试的过程(下面以例题为例说明).

方法一: (先定组距再定组数) 60 个数据, 最小的是 1 900, 最大的是 4 160, 两者相差 $4\ 160 - 1\ 900 = 2\ 260$, 若以 250 为组距(当然, 也可以选择另外大小的组距), $2\ 260 \div 250 = 9.04$, 则可以考虑分成 10 组.

方法二: (先定组数再定组距) 60 个数据, 最小的是 1 900, 最大的是 4 160, 两者相差 $4\ 160 - 1\ 900 = 2\ 260$, 若分为 10 组(当然, 也可以选择另外大小的组数), $2\ 260 \div 10 = 226$, $2\ 260 \div 9 = 251.1$, 则可以考虑在 226 ~ 251.1 之间选择一个数作为组距.

数据在 100 以内, 最好分成 5 至 12 组. 这只是一个经验法则, 要根据实际情况灵活掌握.

(3) 确定分点. 为了使每个数据都分布在一个组内, 也为了使组距相等, 往往会把最小值适当减小一点作为最左边的端点, 把最大值增大一点作为最右边的端点.

例 为了了解某地区新生儿体重状况, 某医院随机调取了该地区 60 名新生儿的出生体重, 结果(单位: g)如下:

3 850 3 900 3 300 3 500 3 315 3 800 2 550 3 800 4 150 2 500
2 700 2 850 3 800 3 500 2 900 2 850 3 300 3 650 4 000 3 300
2 800 2 150 3 700 3 465 3 680 2 900 3 050 3 850 3 610 3 800
3 280 3 100 3 000 2 800 3 500 4 050 3 300 3 450 3 100 3 400
4 160 3 300 2 750 3 250 2 350 3 520 3 850 2 850 3 450 3 800
3 500 3 100 1 900 3 200 3 400 3 400 3 400 3 120 3 600 2 900

将数据适当分组, 并绘制相应的频数直方图, 图中反映出这个地区新生儿体重状况怎样?

解: (1) 确定所给数据的最大值和最小值: 上述数据中最小值是 1 900, 最大值是 4 160;

(2) 将数据适当分组: 最大值和最小值相差 $4\ 160 - 1\ 900 = 2\ 260$, 考虑以 250 为组距(每组两个端点之间的距离叫组距), $2\ 260 \div 250 = 9.04$, 可以考虑分成 10 组;

(3) 统计每组中数据出现的次数, 见下表:

分组	1 750~ 2 000	2 000~ 2 250	2 250~ 2 500	2 500~ 2 750	2 750~ 3 000	3 000~ 3 250	3 250~ 3 500	3 500~ 3 750	3 750~ 4 000	4 000~ 4 250
人数 (频数)	1	1	1	3	9	7	15	10	9	4

(4) 绘制频数直方图:

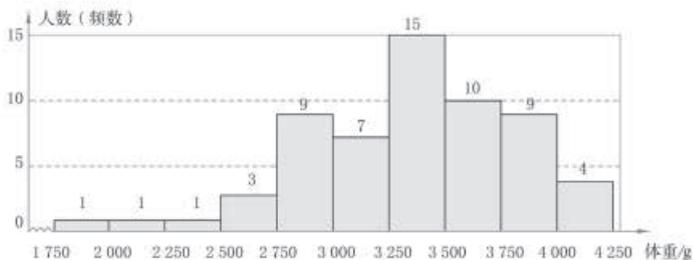


图 8-15

从图中可以看出这个地区新生儿体重在 3 250~3 500 g 的人数最多.

你还有其他的分组方式吗?

你的分组方式要能反映新生儿出生体重的整体情况哟!

议一议

制作频数直方图的大致步骤是什么?

做一做

(1) 测量一下你 1 min 脉搏跳动的次数.

(2) 汇总全班同学的数据, 制作频数直方图, 看看大多数同学 1 min 脉搏跳动的次数处于哪个范围.

随堂练习

在某公路上, 交警部门设置了雷达探测器监测汽车的行驶速度. 以下是交警部门某一天一段时间内记录的驶过该处的 30 辆汽车的行驶速度 (单位: km/h):

55 49 61 47 49 54 49 57 59 58
50 51 48 49 80 58 48 54 70 71
62 45 56 64 78 52 60 55 49 75

试将以上数据适当整理, 并绘制相应的频数直方图.

读一读

利用计算机制作统计图

利用计算机中的 Excel, 可以很方便地画出各种统计图.

以小颖一天的活动安排为例.

1. 打开 Excel, 在表格中输入相应的数据, 填写完毕后将其中选中.
2. 点击菜单栏 | 插入 | 图表, 即出现如下的对话框:

分组	42 ~ 47	47 ~ 52	52 ~ 57	57 ~ 62	62 ~ 67	67 ~ 72	72 ~ 77	77 ~ 82
频数	1	10	6	6	2	2	1	2

做一做

目的是让学生再次经历统计的过程, 同时感受频数直方图在处理连续型数据时的应用.

随堂练习

分组方法不惟一, 如可按如下的方法分成 8 组.



图 8-16



图 8-17

根据作图的需要，选择柱形图或饼图或其他需要的图表类型，点击完成，即可得到需要的统计图。

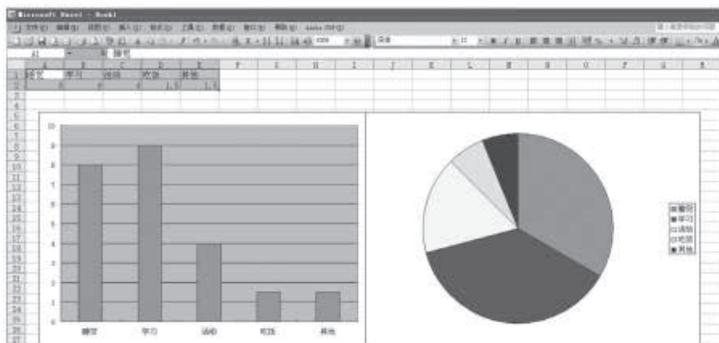


图 8-18

如有兴趣，请动手试试！

习题 8.7

知识技能

1. 银行在某储蓄所抽样调查了 50 名顾客，他们的等待时间（进入银行到接受受理的时间间隔，单位：min）如下：

习题 8.7

1. 分组方法不唯一，如可按如下方法分成 7 组。

分组	0 ~ 7	7 ~ 13	13 ~ 19	19 ~ 25	25 ~ 31	31 ~ 37	37 ~ 43
频数	5	3	10	11	6	10	5

15	20	18	3	25	34	6	0	17	24
23	30	35	42	37	24	21	1	14	12
34	22	13	34	8	22	31	24	17	33
4	14	23	32	33	28	42	25	14	22
31	42	34	26	14	25	40	14	24	11

将数据适当分组，并绘制相应的频数直方图。

问题 解决

2. 调查你们班同学出生时的体重（或身高），然后将数据适当分组，并绘制相应的频数直方图，看看你们班大多数同学出生时的体重（或身高）处于哪个范围。

4 统计图的选择

- [1] 下面是某年某家报纸公布的反映人口情况的数据：

小明根据上面的数据制成了下面的统计图：

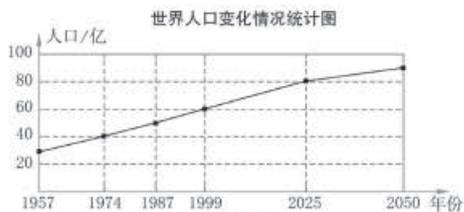
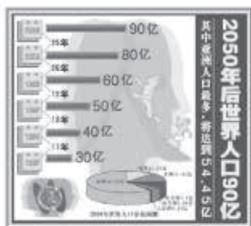


图 8-19



2050年世界人口分布预测图

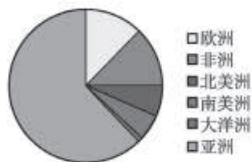


图 8-20

2050年世界人口分布预测图

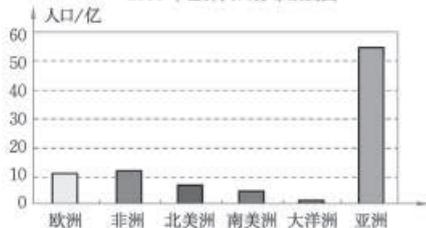


图 8-21

散型数据，频数直方图用来处理连续型数据。而《标准》中没有对数据的分类提出要求，为了淡化这一点，教科书将频数直方图作为特殊的条形统计图处理。因而本节主要讨论前三种统计图的特点。

本节共分 2 课时。第 1 课时主要讨论统计图的选择问题。在具体问题中，分析不同统计图的特点，在此基础上要求学生根据不同问题选择适当的统计图描述数据。教学中需要注意的是，这一课时要求学生制作一定量的统计图，但其目的不仅仅是训练学生的画图技能，更重要的是通过数据处理的过程，让学生体会统计对决策的作用。制作统计图只是数据处理过程中的一个部分，它的目的是尽可能清晰、有效地描述数据，以利于对数据分析，最终作出合理的决策。第 2 课时主要讨论统计图的“误导”问题。

[1] 教师可以先引导学生自己阅读报纸上的那幅图，并尽可能多地获取信息，然后呈现小明的三幅统计图，最后再讨论教科书提出的问题。

2. 略。

教学目标

1. 理解三种统计图各自的特点，并能根据不同问题选择适当的统计图描述数据。

2. 在具体问题情境中感受一些人为的数据表示方式可能给人造成的一些误导，提高对数据的认识、判断和应用能力。

通过前面的学习，学生已经能够制作条形统计图、折线统计图、扇形统计图和频数直方图，还能够从这些统计图中获取信息。那么这些统计图各自有什么特点？选用哪种统计图，能更好地描述数据？统计图往往直观性较强，我们在从统计图中获取信息时，应注意什么？……对这些问题认识，有助于提高学生对数据的认识、判断和应用能力，也是本节将要讨论和研究的主要内容。

一般地，条形统计图、折线统计图和扇形统计图用来描述离

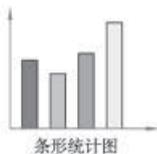
[1] (1) 折线统计图表示世界人口从 1957 年到 2050 年的变化情况；扇形统计图表示该报纸预测的 2050 年世界人口的分布情况；条形统计图表示该报纸预测的 2050 年世界几个洲人口的具体数量。

- (2) 折线统计图.
- (3) 约 12 亿, 条形统计图.
- (4) 扇形统计图.
- (5) 略.

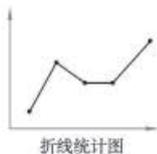
教科书上明晰了三种统计图各自的特点, 这些特点应在学生充分交流的基础上得出, 并允许学生用自己的语言进行描述. 教师还可以让学生通过举例来加深理解.

这里没有将频数直方图和三种统计图一并讨论, 基本的考虑是: 一方面由于频数直方图往往用于处理连续型数据, 而其他统计图一般处理离散型数据. 在一个问题情境中, 既出现离散型数据又出现连续型数据是有一定难度的. 另一方面, 教科书中涉及的频数直方图可以看成特殊的条形统计图.

- 根据小明制作的统计图, 回答下列问题: [1]
- (1) 三幅统计图分别表示了什么内容?
 - (2) 从哪幅统计图中你能看出世界人口的变化情况?
 - (3) 2050 年非洲人口大约将达到多少亿? 你是从哪幅统计图中得到这个数据的?
 - (4) 2050 年亚洲人口比其他各洲的人口总和还要多, 你从哪幅统计图中可以明显地得到这个结论?
 - (5) 比较三种统计图的特点, 并与同伴进行交流.



条形统计图能清楚地表示出每个项目的具体数目.



折线统计图能清楚地反映事物的变化情况.



扇形统计图能清楚地表示出各部分在总体中所占的百分比.

图 8-22

做一做

1. 某一家电卖场对其销售的空调情况进行了调查, 得到了下面的信息:
2008 年至 2010 年 A, B, C 三种品牌空调的销售量 (单位: 万台)

年份	A	B	C	其他品牌	总量
2008	1.7	1	0.8	4.5	8
2009	1.6	1.2	1.2	5	9
2010	1.55	1.45	2	5	10

- 请你制作适当的统计图表, 反映下列信息:
- (1) 2008 年至 2010 年, C 品牌空调在这家卖场销售量的变化情况.
 - (2) 2010 年, A, B, C 及其他品牌的空调在这家卖场的市场占有率情况.

做一做

目的是巩固对三种统计图特点的认识.

1. (1) 一般选用折线统计图; (2) 选用扇形统计图. 图略

2. 小明随机调查了他们学校 50 名同学这个月的家庭用水量, 数据 (单位: m^3) 如下:

8	5.5	5	6.4	10	12.5	7.8	5	6.5	9
5	9.5	7.5	10.2	8.3	9.4	6.5	11	13.5	14
14.5	15	5.4	6.5	8.5	10.5	5	6.5	7.5	8.5
6	4.5	5	8.4	7.2	7	6.2	8	10	9
5.5	7.5	8	5.5	6.5	6	8.6	5	9.5	4.5

请你制作适当的统计图, 反映这 50 名同学这个月家庭用水量的大致分布情况.

随堂练习

2008 年 5 月 12 日, 我国四川汶川发生了里氏 8.0 级的地震, 全国各地纷纷捐款捐物支援灾区. 从四川省人民政府每天下午 5:00 举行的新闻发布会上, 得到如下信息:

	四川省财政收到的抗震救灾专项资金/亿元			四川省财政共向灾区调拨救灾应急资金/亿元
	中央财政下达救灾专项资金	各类捐款	合计	
截至5月18日	17.73	9.13	26.86	23.97
截至5月22日	35.83	10.99	46.82	56.02
截至5月26日	41.83	17.08	58.91	57.5

请你制作适当的统计图, 反映下列信息:

- (1) 截至以上三天, 四川省财政收到的抗震救灾专项资金的总数;
- (2) 截至以上三天, 四川省财政共向灾区调拨救灾应急资金的变化情况;
- (3) 截至 5 月 22 日, 中央财政下达救灾专项资金和各类捐款在四川省财政收到的专项资金中的比例情况.

习题 8.8

知识技能

1. 某公司 2009 年和 2010 年的总支出情况如下:

2. 由于在分析统计图的特点时, 没有单独讨论频数直方图, 因此作为补充, 这里呈现一个关于频数直方图的问题. 图略.

随堂练习

- (1) 条形统计图;
- (2) 折线统计图;
- (3) 扇形统计图. 图略.

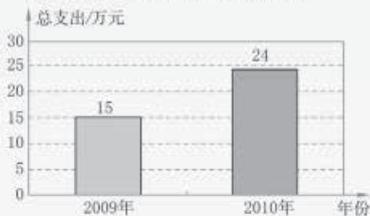
习题8.8

1. (1) 2010 年原料的支出金额是 $24 \times 25\% = 6$ (万元), 工资的支出金额是 $24 \times 50\% = 12$ (万元);

(2) 2009 年公司的工资支出是 $15 \times 60\% = 9$ (万元), 2010 年与 2009 年相比, 工资支出的金额增多了.

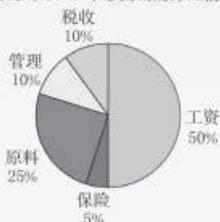
2. 统计表和折线统计图都能反映出成绩的变化情况. 相对而言, 统计表反映的数据准确并且容易查找, 但直观性不如统计图; 统计图能直观地表示出变化情况, 但从统计图中看出的数据往往不够准确, 因此有的统计图会在相应的地方标上原始数据. 在这个问题中, 若想直观反映成绩变化, 则选择折线统计图优势更明显; 若想准确读出锻炼 5 星期后的成绩, 则统计表更合适.

某公司 2009 年和 2010 年总支出情况



(1)

某公司 2010 年总支出的分配情况



(2)

(第 1 题)

- (1) 2010 年原料的支出金额是多少? 工资的支出金额是多少?
 (2) 2009 年公司的工资支出占总支出的 60%, 2010 年与 2009 年相比, 公司在工资方面的支出金额是变多了还是变少了?

问题解决

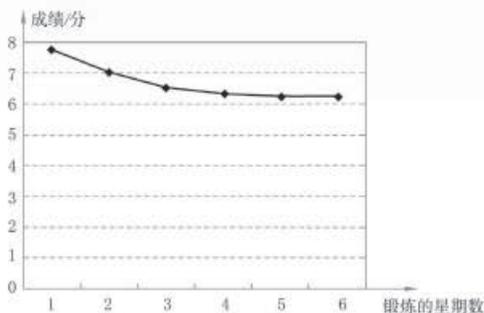
2. 为了提高长跑成绩, 小彬坚持锻炼并于每周日记录下 1 500 米的成绩:

小彬 1 500 米成绩变化统计表

锻炼的星期数	1	2	3	4	5	6
小彬的成绩	7 分 42 秒	7 分	6 分 30 秒	6 分 18 秒	6 分 12 秒	6 分 12 秒

如果要更清楚地看出小彬成绩的变化情况, 你选择统计图还是统计表? 如果要方便、准确地获得他锻炼 5 星期后的跑步成绩, 你会如何选择?

小彬 1 500 米成绩变化统计图



(第 2 题)

甲、乙两种品牌的食用油近几年的销售量和价格如下：

甲品牌食用油的年度销售量和价格

	2002年	2006年	2010年
年度销售量/万瓶	150	180	210
该年度的单价/元	40	50	60

乙品牌食用油的年度销售量和价格

	2006年	2008年	2010年
年度销售量/万瓶	160	180	200
该年度的单价/元	40	50	60

有人根据上面的统计表，制作出甲、乙两种品牌食用油的价格变化的折线统计图：

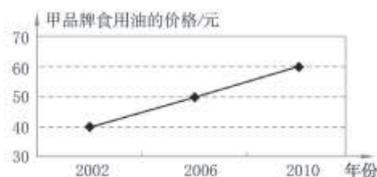


图 8-23

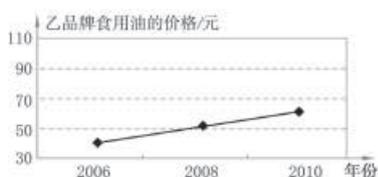


图 8-24

(1) 你认为哪一种品牌的食用油的价格增长较快？为什么？这与上面折线统计图给你的感觉一致吗？为什么图象会给人这样的感觉？

(2) 甲品牌食用油的销售人员将甲品牌食用油的销售信息制作成图 8-25 所示的条形统计图。请在图 8-26 中画出甲品牌食用油的年度销售量的条形统计图。

甲品牌食用油的年度销售量

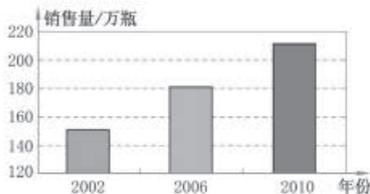


图 8-25

甲品牌食用油的年度销售量

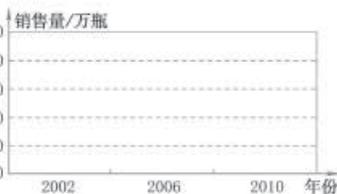
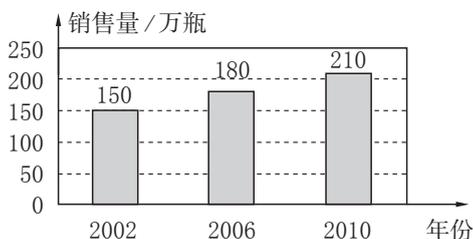


图 8-26

因为图 8-23 与图 8-24 中坐标轴上同一单位长度所表示的意义不一致，图 8-23 中价格增长 10 元看起来与图 8-24 中的 20 元相当，而图 8-23 中年份增长 4 年看起来仅相当于图 8-24 中的 2 年。换言之，图 8-23 与图 8-24 相比，纵轴（价格）被“拉长”了，横轴（年份）被“压缩”了，结果使得图 8-23 中的折线看起来更“陡”了。

(2) 如图所示。

甲品牌食用油的年度销售量



与统计表相比，统计图具有直观性，所以人们在观察统计图时，常常直接被其表面“形象”（如条形统计图的“柱子”的高矮、粗细，折线统计图的“陡峭”程度等）所吸引，而忽略了对其中数据的深入思考，从而造成一些错觉或误解。本课时通过具体的问题情境，让学生感受一些人为的数据表示方式可能给人造成的一些误导，提高学生对数据的认识、判断和应用能力。

(1) 根据统计表提供的数据，甲、乙两品牌食用油的单价都从 40 元变成了 60 元，都涨了 20 元，但是甲品牌食用油是从 2002 年到 2010 年涨了 20 元，而乙品牌食用油却是从 2006 年到 2010 年涨了 20 元，显然乙品牌食用油价格涨得比较快。

但是折线统计图给我们的感觉却和这个结论不同，从折线统计图上看，似乎是甲品牌食用油价格涨得较快。这是因为

(3) 图 8-25 与图 8-26 给人的感觉不一样. 在图 8-25 中, 2010 年的销售量看上去是 2002 年的 3 倍左右; 但根据统计表提供的数据信息, 甲品牌食用油 2010 年的销售量是 2002 年的 $(210 \div 150 =)$ 1.4 倍.

人们往往习惯于根据条形统计图中“柱”的高度来判断相应数值的大小, 而图 8-25 的纵轴不是从“0”开始的(下面一段被“砍掉”了), 因此“柱”的高度与其相应的数值不成正比, 从而给人造成错觉.

进一步, 教师可引导学生思考: 甲品牌食用油的销售人员为什么要这样画?

议一议

(1) 为了直观地比较两个统计量的变化速度, 绘制折线统计图时应注意: 两个图横轴上同一单位长度所表示的意义应一致, 纵轴上同一单位长度所表示的意义也应一致.

(2) 为了直观地反映几个统计量之间的比例关系, 绘制条形统计图时应注意: 纵轴上的数值应从 0 开始.

随堂练习

- 2009 年我国对欧盟的货物出口额最大, 对香港的货物出口额最小;
 - 最大的约是最小的 1.5 倍; 但直观地看条形统计图, 容易使人误认为最大的是最小的 5 倍多, 因此图中所表现出来的直观情况与实际不相符, 易给人造成错觉;
 - 应将 0 作为纵轴上出口额的起始值.
- 甲公司近年的销售收入增长速度较快; 但折线统计图给人的直观感觉是: 甲公司近年的销售收入增长速度并不比乙公司快, 图中所表现出的直观情况与实际不相符.

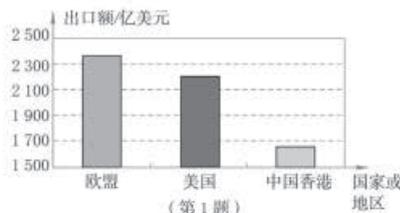
议一议

- 为了较直观地比较某两个统计量的变化速度, 绘制折线统计图时应注意什么?
- 为了较直观地反映几个统计量之间的比例关系, 绘制条形统计图时应注意什么?

随堂练习

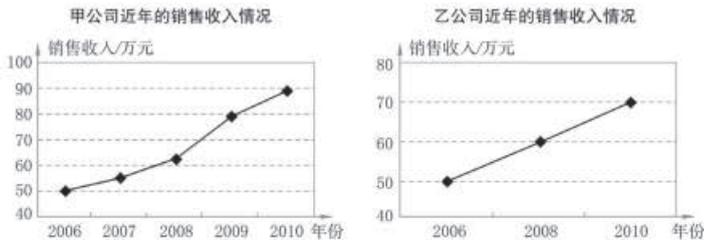
1. 右图反映了我国 2009 年对三个国家或地区货物的出口额情况(数据来源: www.stats.gov.cn)

2009 年我国对三个国家或地区货物的出口额情况



- 直观地看这个条形统计图, 2009 年我国对哪个国家或地区货物出口额最大? 对哪个国家或地区货物出口额最小?
- 最大的大约是最小的几倍? 图中所表现出的直观情况与此相符吗? 为什么?
- 为了更为直观、清楚地反映我国对三个国家或地区货物出口额之间的比例关系, 应做怎样的改动?

2. 甲、乙两公司近年的销售收入情况如图所示.



哪家公司近年的销售收入的增长速度较快?

读一读

正确认识统计图表

统计图表中提供了大量的数据,它直观、形象,便于我们从中得到信息,但有时如果不细心分析,它也会使人们产生“错觉”。

例如,某市市场上有两种品牌的牛奶,2009年的市场调查表明:甲品牌牛奶的销售量为8000t,乙品牌牛奶的销售量为4000t。甲公司在其销售广告上印刷了下面的统计图,这个统计图给你的最初感觉如何?实际情况是这样吗?



图 8-27

又如,下表是一个减肥产品的生产厂家在其减肥计划中用来宣传的数据,它显示了厂方的8名顾客减少的体重数。

顾客	A	B	C	D	E	F	G	H
减少的体重/kg	12.5	17	14.5	10	17.5	14	16	12

当你阅读这一表格中的数据时,你觉得这种减肥产品有效吗?是否还有些问题需要思考?例如,这一厂家是否只给出了体重减轻最多的8名顾客所减少的体重?他们是用多长时间来减掉这些体重的?他们开始执行计划时的体重是多少?……

有些时候,出于某些个人利益或商业利益或其他原因,呈现给大众的数据和图形很可能使人们产生“错觉”。我们可要好好读一读、想一想图表中的信息,分析数据,不要被所看到的表面现象迷惑。

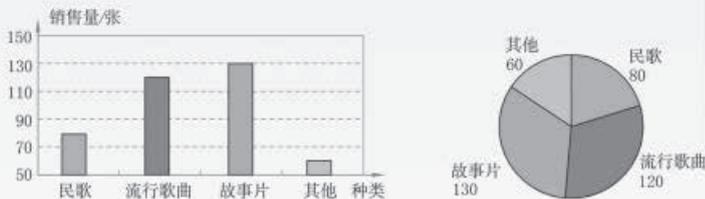
习题8.9

- (1) 从条形统计图直观地看，民歌类唱片与流行歌曲唱片销售量之比约为 1 : 2；从扇形统计图看，它们的比为 2 : 3；
- (2) 应将 0 作为纵轴上销售量的起始值。
- 就涨价的绝对量看，老板说的是事实。但如果换一个角度看，小明买的冷饮涨价的幅度是 $(0.8 - 0.5) \div 0.5 \times 100\% = 60\%$ ，老板说的冷饮涨价的幅度是 $(4 - 3) \div 3 \times 100\% = 33\%$ ，可见小明买的冷饮涨价的绝对量不算很大，但由于原来的价格比较便宜，所以涨幅还是比较大的。老板从他做生意的角度出发，选择了一个对他比较有利的说法，作为消费者要注意从多个角度看问题。

习题 8.9

知识技能

1. 某音像制品店某一天各类唱片的销售情况如图所示。



(第1题)

- 从条形统计图看，民歌类唱片与流行歌曲唱片销售量之比大约是多少？从扇形统计图看呢？
- 要使读者清楚地看出各类音像制品的销售量之比，条形统计图应做怎样的改动？

数学理解

- 小明买某种冷饮，发现今年的单价是 0.8 元，而去年的单价是 0.5 元。老板说：“这种冷饮仅涨了 0.3 元，涨得不多。有的冷饮从 3 元涨到了 4 元，涨了 1 元呢！”对于老板的说法，你有什么想法？

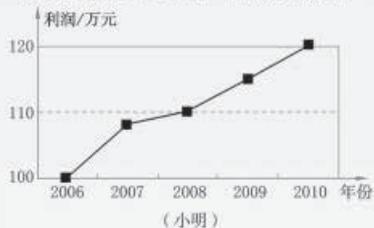
问题解决

3. 永昌公司最近 5 年的利润情况见下表：

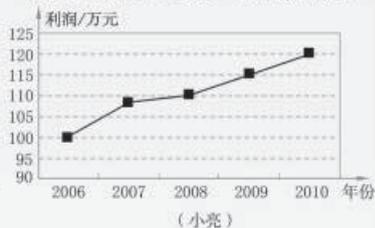
年份	2006	2007	2008	2009	2010
利润/万元	100	108	110	115	120

小明、小亮和小颖根据上述数据分别绘制了折线统计图。

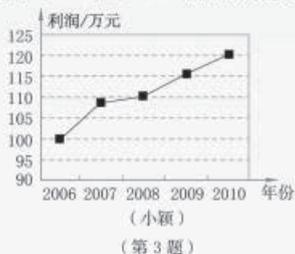
永昌公司 2006 年至 2010 年利润情况统计图



永昌公司 2006 年至 2010 年利润情况统计图



永昌公司 2006 年至 2010 年利润情况统计图



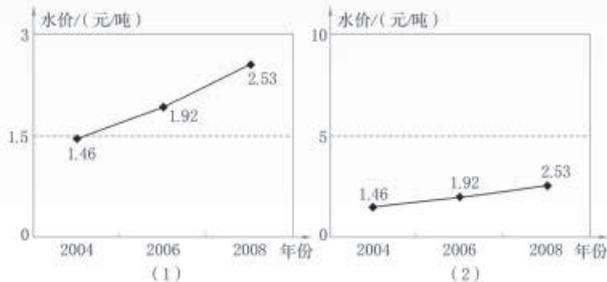
(1) 在这三幅图中, 哪幅图更令人觉得永昌公司的效益蒸蒸日上?

(2) 这三幅图所表示的数据相同, 但为什么给人不同的感觉?

4. 某地近几年来自来水的价格 (单价: 元/吨) 如下:

年份	2004	2006	2008
水价/(元/吨)	1.46	1.92	2.53

如今该地自来水公司决定向物价部门申请涨价, 企业根据上述信息制作了统计图, 你觉得下面两幅图, 哪幅是自来水公司制作的?



3. (1) 小颖的图更令人觉得该公司的效益蒸蒸日上;

(2) 小明和小亮的图相比, 横轴上同一单位长度表示的意义相同, 但纵轴上同一单位长度所表示的意义不同, 因而造成折线的倾斜程度不同, 给人以不同的感觉; 小亮和小颖的图相比, 虽然纵轴上同一单位长度表示的意义相同, 但横轴上表示一年的长度不同, 结果导致小颖的图更“窄”, 其相应的折线更“陡”。

4. 图 (2) 可能是自来水公司制作的。

回顾与思考

小学阶段学生已经接触过统计，但当时的学习内容是零散的，主要涉及一些简单统计图表的制作，以及从图表中读取信息。在本套教科书中，我们按照统计的过程来学习统计的相关知识，本册涉及收集数据、表示数据两个环节。因此经过一章的学习，有必要对有关知识进行回顾与反思。为此，教科书设计了“回顾与思考”这一内容，旨在引导学生回顾本章内容，梳理知识结构，形成知识系统，养成回顾与反思的习惯，获得知识系统的自主建构能力。当然，知识系统的建构，并不是“空对空”的回忆，还需要借助典型问题，对有关重点知识进行巩固运用。为此，本章的回顾与思考要完成两个任务：一是在教师的引导下帮助学生进行知识系统的建构；二是通过典型例题的分析帮助学生进一步了解本章的主要数学思想和数学方法。

为了培养学生养成回顾与反思的习惯和梳理知识的能力，应尽可能鼓励学生自主对所学知识进行整理，制作个性化的知识结构图，同时教师应该用欣赏的眼光看待学生的“作品”。但如果学生感到困难较大或缺乏梳理知识的经验和能力，那么教师应给予引导。特别地，统计领域的知识不同于其他领域，这也是学生第一次进行该领域知识的梳理。基于这种考虑，教学时可以采取以下措施：教师将本章知识点细化，布置给学生小组某一个具体的内容，或利用“回顾与思考”中的问题分工，全班合作进行整章知识的梳理；或者课前布置一些统计活动，课上讨论学生完成某个统计活动的步骤、其中涉及的相关问题和知识点，从而完成知识梳理。教学中，根据学生的经验丰富程度和能力水平，教师的帮助程度可以有所差异。

回顾与思考

1. 说一说可以运用哪些方法获得数据。
2. 抽样调查时，如何保证样本的代表性？举例说明。
3. 说一说怎样制作扇形统计图和频数直方图。
4. 条形统计图、折线统计图、扇形统计图、频数直方图各有什么特点？举例说明。
5. 统计图有时可能会使人产生“错觉”，请举例说明。为了直观地反映数据信息，制作有关图表时应注意些什么？
6. 用自己的方式梳理本章的知识结构。你是怎样想的？与同伴进行交流。

复习题

知识技能

1. 为了完成下列任务，你认为采用什么调查方式更合适？
 - (1) 了解一沓钞票中有没有假钞；
 - (2) 了解一批西瓜是否甜；
 - (3) 了解你们班学生是否喜欢科普类书籍。
2. 学校需要了解有多少学生已经患上近视，下面哪些抽样方式是合适的？说明你的理由。
 - (1) 在学校门口通过观察统计有多少学生戴眼镜；
 - (2) 在低年级学生中随机抽取一个班进行调查；
 - (3) 从每个年级的每个班级都随机抽取几名学生进行调查。
3. 某部门统计了某地 1 000 名 18 周岁以上的成年男子的身高，得到如下数据：

身高/cm	频数	身高/cm	频数
小于150	6	175-180	180
150-155	23	180-185	110
155-160	65	185-190	47
160-165	130	190-195	15
165-170	203	195-200	3
170-175	218		

根据上述数据，绘制频数直方图。

可以参照如下步骤引导学生梳理本章知识结构.

1. 通过问题的方式回顾本章的内容.

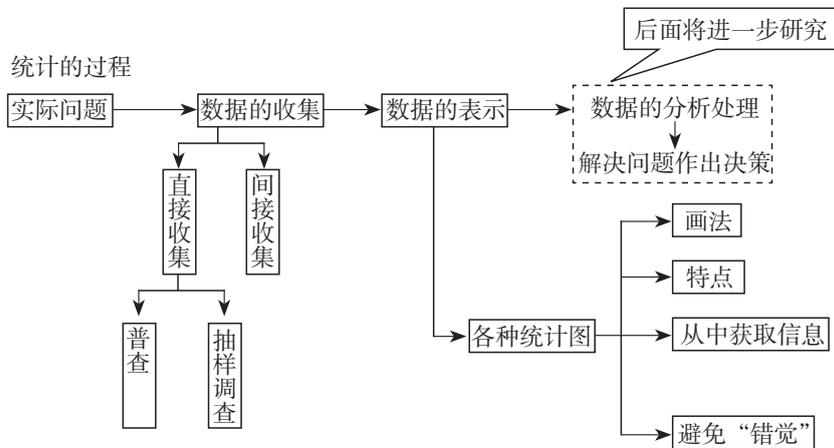
例如, 教师依次提问各节所学知识, 也可以参照教科书“回顾与思考”中提供的一些问题, 还可以让学生自己回顾本章学习的内容. 在学生回答和教师适度追问的基础上, 教师在黑板上适当的位置写下相应的知识点, 教师根据情况应该让学生进行一定的解释和举例说明.

2. 挖掘某个知识点本身的内涵, 寻找不同知识点之间的联系.

例如, 如果学生在梳理知识时, 谈到了统计的过程是“数据的收集——数据整理和表示——数据的处理和分析——作出判断”, 教师可以针对“数据的整理和表示”进一步提问: 我们学过哪些统计图可以用来整理和表示数据? 这些统计图在表示数据时有什么特点?

3. 在以上基础上, 形成了一个全章的知识框架图.

下面是一个可供参考的知识结构框图.



下面的典型例题供参考.

例 1 某学习小组的同学想了解自己所在学校的同学每天在校体育活动的情况. 小组成员讨论, 想到了如下的调查方式:

甲: 抽取学校每个班学号是 10, 20, 30 的同学进行调查;

乙: 选择自己所在班级对全体同学进行调查;

丙: 选择每个班的体育委员进行调查;

丁: 在校门口, 随机选择调查本校同学 100 人;

戊: 调查全校每一位同学.

你认为哪些同学提出的调查方式比较合适? 为什么?

说明: 本题涉及框图中提及的“数据的收集”, 数据收集的方式是直接收集, 而最常用的调查方式是普查和抽样调查. 这里需要关注普查和抽样调查的特点, 对于抽样调查还需要关注样本的广泛性与代表性. 学生在解决问题的过程中, 通过理由(原因)的阐述, 可以有效地复习“普查和抽样调查”的相关知识.

解：作为抽样调查，甲、丁的方法都可行。乙只考虑到自己所在班级，而不同年级的学生体育活动的的时间是有差别的，因此样本不具有代表性。丙调查体育委员，这个群体比较特殊，样本同样不具有广泛性和代表性。戊同学提出的是普查，若学校规模较小则是可行的，若学校规模很大则操作性就降低了。

反思：也可以让学生根据自己学校的具体情况，另外举出一些恰当的调查方式。

例 2 在例 1 的问题中，

(1) 甲按照自己的构想实施了调查，结果（单位：h）如下：

	小于 0.5 h	0.5~1 h	1~1.5 h	大于或等于 1.5 h
男生人数	2	10	16	4
女生人数	4	12	10	2

你能用恰当的统计图表示上述信息吗？从统计图表中你还能获得什么？

(2) 丁同学也按自己的构想实施了调查，结果（单位：min）如下：

20 30 40 45 60 120 80 50 100 45 85 90 90 70 90 90 50 90 70 40
 50 80 45 120 90 30 35 70 40 75 90 50 100 75 40 90 100 75 80 50
 75 30 120 70 60 100 90 45 75 60 75 75 80 90 70 80 45 80 100 90
 50 25 90 45 70 40 70 85 80 75 80 25 85 90 75 75 90 90 90 20
 60 90 100 50 110 150 90 50 90 80 90 10 90 80 55 90 40 55 100 30

请你选择恰当的统计图表示丁同学的调查结果。

说明：例 2 是例 1 情境的延续。涉及知识结构图中的“数据的表示”。在表示数据的时候，我们要根据数据的特点合理选择统计图。如果已经有了统计图，就需要从图中读出正确的信息。

解：(1) 可以使用条形统计图表示调查对象中男女生的人数关系，可以用扇形统计图表示不同时间的人数所占的百分比情况（可以男生情况画一图，女生情况画一图，也可以总情况画一图）。获得的信息答案不唯一。例如，大多数的男生活动时间为 1~1.5 h，大多数女生的活动时间为 0.5~1 h 等。

(2) 频数直方图，图略。可能有学生提出使用扇形统计图，也可以。

反思：通过统计图的选择，可以进一步帮助学生认识各种统计图的特点。教师也可以追加问题。例如，如果知道学生总数，能否根据调查的结果估计全校学生的运动时间？

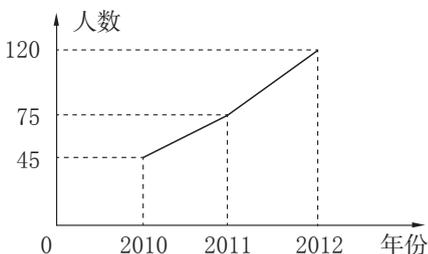
例 3 某校为了调查学生视力变化情况，从该校 2010 年入校的学生中抽取了部分学生进行连续三年的视力跟踪调查，将所得数据处理，制成如下折线统计图和扇形统计图。

(1) 该校被抽查的学生共有多少名？

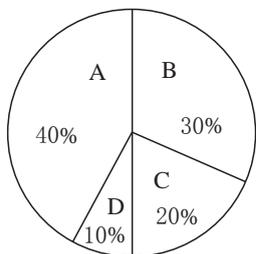
(2) 现规定视力达到 5.0 及以上为合格，若被抽查年级共有 500 名学生，估计该年级在 2012 年有多少名学生视力合格。

说明：例 1、例 2 都没有给出统计图，本例呈现了不同的统计图，需要几个图联合起来才能得到更多的信息。

被抽取学生视力在 5.0 以下人数
变化情况统计图



2012 年被抽取学生视力
分布情况统计图



视力分组说明:

A: 5.0 以下

B: 5.0 ~ 5.1

C: 5.2

D: 5.2 以上

每组数据只含最低值, 不含最高值.

解: (1) $120 \div 40\% = 300$ (人); (2) $500 \times 60\% = 300$ (人).

复习题

- (1) 普查的方式; (2) 抽样调查的方式; (3) 普查和抽样调查都可以.
- (1) 不恰当. 因为并不是所有近视的学生都戴眼镜, 有人只在上课或看书等情况下才戴眼镜; 另外, 也有学生可能会戴隐形眼镜, 这样就会使得一部分近视的学生没有被统计进去.
(2) 不恰当. 因为一般情况下, 近视的情况, 高年级会比低年级严重, 只选低年级不具有代表性.
(3) 比较恰当. 这样的样本比较具有代表性.
- 略.

4. (1) A, B 两种商品的销售总量分别是 345 件和 360 件, 相差 15 件;

(2) 从统计图直观地看, B 种商品的销售总量是 A 种商品的 4 倍, 而实际上 B 种商品的销售总量只是 A 种商品的 1 倍多一点(只相差 15 件), 原因在于纵轴的起始值不是 0.

5. (1) 从条形统计图中, 可得班级总人数为 $24 + 8 + 16 = 48$ (人); (2) 略;

(3) 例如, 从条形统计图可知, 乘车、步行、骑车的人数分别是 24 人、8 人和 16 人, 班级总人数为 48 人, 乘车人数是步行人数的 3 倍等; 从扇形统计图可知, 乘车、步行、骑车的人数占班级总人数的百分比分别是 50%, 16.7% 和 33.3%, 乘车的人数占到了班级总人数的一半等.

6. (1) 选择折线统计图, 图略;

(2) ① 乙市. ② 甲市降水量的变化是“单峰”的, 乙市降水量的变化是“双峰”的. 学生只要能用自己的语言说清楚即可. ③ 6月, 相差 290 mm.

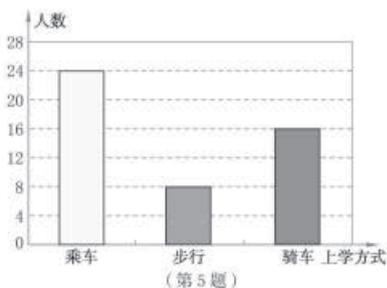
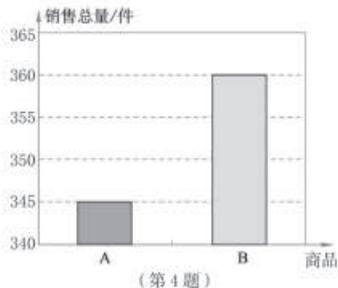
7. 总体包含热心观众、普通观众等, 若用热心观众来作为样本, 不具备广泛性和代表性, 往往会使得调查的结果比实际收视率高.

8. 在小明的抽样中, B 班的样本数明显小于 A 班, 因此 B 班的样本不具有广泛性和代表性.

4. A, B 两种商品在一段时间内的销售总量如图所示.

(1) A, B 两种商品的销售总量各是多少? 相差多少?

(2) 统计图给你的感觉和上述结果一样吗? 如果不一样, 你知道其中的原因吗?



5. 某班同学上学方式的条形统计图如图所示.

(1) 这个班共有多少名学生?

(2) 根据条形统计图, 制作相应的扇形统计图;

(3) 从上述两个统计图中, 分别可以获得哪些信息?

6. 甲、乙两城市月降水量(单位: mm) 统计表如下:

月份	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月
甲市	5	15	20	20	60	140	185	200	60	35	15	10
乙市	25	40	55	140	300	430	310	410	320	120	35	25

(1) 根据上面的统计表, 制作一幅适当的统计图表示两个城市降水量的变化;

(2) 根据制作的统计图回答下列问题:

① 哪个城市一年降水量的变化幅度较大?

② 从总体上看, 两个城市的月降水量之间最明显的差别是什么?

③ 甲、乙两市在哪个月份的降水量相差最大? 相差多少?

数学理解

7. 电视台为了调查某一节目的收视率, 找了一些该节目的热心观众来作为调查的对象, 用这样的方式得到的收视率准确吗? 与实际收视率相比结果会怎样?

8. 小明在 A 班随机询问了 30 名不同的同学, 其中有 10 人患有近视; 他又在同年级的 B 班询问了 2 名同学, 发现其中有 1 人患有近视. 于是他认为 B 班的近视率比 A 班高, 你同意他的观点吗?

问题解决

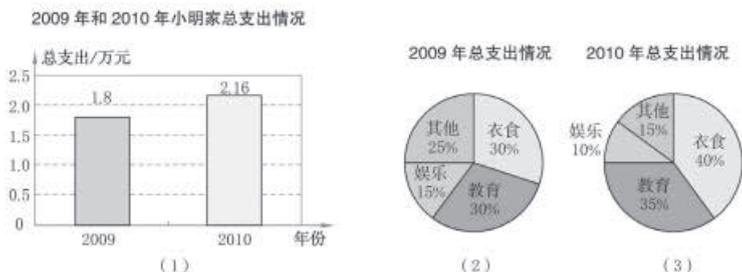
9. 某市对老城进行改造, 根据 2008 年至 2010 年的发展情况, 制作了下列两个统计图. 根据统计图回答下列问题:

- (1) 2008 年各个房地产公司建筑房屋的平均面积是多少? 2009 年呢? 2010 年呢?
 (2) 根据统计图中的数据, 你还能得到什么信息?



(第9题)

10. 小明家 2009 年和 2010 年的家庭支出如图所示.



(第10题)

- (1) 2010 年总支出比 2009 年增加了多少万元? 增加的百分比是多少?
 (2) 2009 年衣食方面支出的金额是多少? 教育方面支出的金额是多少?
 (3) 2010 年娱乐方面支出的金额比 2009 年增加了还是减少了? 变化了多少?

※11. 如图所示是 A, B 两球从不同高度自由下落到地面后反弹高度的统计图.

- (1) 比较两个球反弹高度的变化情况, 哪个球的弹性大?
 (2) 如果两个球下落的起始高度继续增加, 那么你认为 A 球的反弹高度会继续增加吗? B 球呢?
 (3) 分别比较 A 球、B 球的反弹高度和起始高度, 你认为反弹高度会超过起始高度吗?

的支出金额是 $1.8 \times 15\% = 0.27$ (万元), 2010 年比 2009 年减少了 0.054 万元.

※11. (1) A 球.

(2) 根据统计图预测, A 球可能会继续增加, 而 B 球可能不会. 只要学生的答案合理都应给予鼓励.

(3) 从统计图上看, 反弹高度一致低于起始高度, 并且差距越来越大, 因此不会超过起始高度.

9. (1) 2008 年、2009 年、2010 年各个房地产开发公司的平均建筑面积是 8 万平方米, 15.5 万平方米, 13.75 万平方米; (2) 答案不唯一. 例如, 2008 年至 2010 年房地产开发公司的数量在不断增长, 建筑总面积也在增长, 但增长的幅度在变小; 从 2008 年至 2009 年, 各个房地产开发公司的平均建筑面积大幅提高, 从 2009 年至 2010 年, 各个房地产开发公司的平均建筑面积减少了……

10. (1) 2010 年总支出比 2009 年增加 0.36 万元, 增加的百分比是 20%;

(2) 2009 年衣食方面支出的金额是 $1.8 \times 30\% = 0.54$ (万元), 教育方面支出的金额是 $1.8 \times 30\% = 0.54$ (万元);

(3) 2010 年娱乐方面支出的金额是 $2.16 \times 10\% = 0.216$ (万元), 2009 年娱乐方面

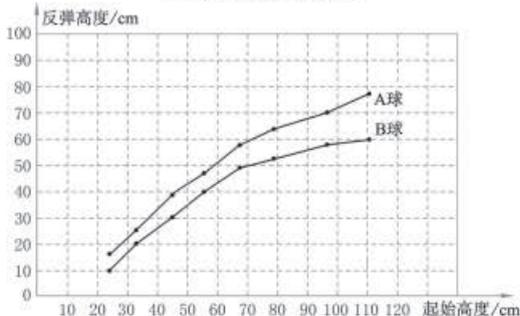
*12. 这是一个开放性问题，学生的答案只要合理即可。例如，可以调查学校骑自行车的同学有多少人，然后测量 10 辆自行车大约占多大面积，再加上过道；也可以以学校现有的自行车棚为基础，再调查有多少学生没有在车棚停车，由此推断出新自行车车棚至少需要多大面积。

13. 略。

14. 略。

15. 这些都是比较形象的统计图，从图中我们依然可以读到相应的信息。

A, B 两球反弹高度统计图



(第 11 题)

*12. 如果你们学校需要建造新的自行车停车棚，至少需要多大面积？解决这个问题你需要哪些数据？你准备如何收集这些数据？

13. 某校百年校庆，计划制作橙色、红色、蓝色、白色、黄色五种颜色的文化衫分发给学生。为此调查了该校部分学生，以决定制作各种颜色文化衫的数量。如果你们学校搞活动也准备分发文化衫，你能开展调查，以帮助学校决定各种颜色文化衫的制作数量吗？

14. 你喜欢气球吗？你喜欢什么颜色的气球？你能进行一次调查，以帮助气球生产厂家确定各种颜色气球的生产比例吗？几人组成一个调查小组。

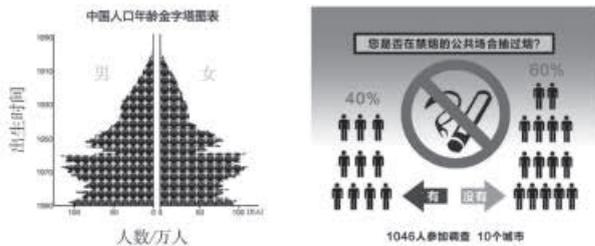
(1) 讨论下面几个问题：调查的目的、问题、对象是什么？选择怎样的调查方式？样本如何选取？调查所得数据如何处理？

(2) 制定一个调查方案，展开调查；

(3) 将各组的调查方案和调查结果在全班交流，讨论调查的一般步骤和抽样调查中的注意事项，并撰写一份调查报告，给有关厂家提供适当的信息。

联系拓广

15. 你能读懂下面的统计图吗？它们和你学过的统计图相比有什么特点？



(第 15 题)

你能将你调查的全班同学在家做家务活的结果用比较形象的统计图表示出来吗？

附录一 典型案例评析

统计图的选择（第一课时）

设计：山东省青岛市第二十四中学 赵美香

评析：江苏教育学院 凌晓牧

一、学情分析

学生的知识技能基础：学生在小学已经学习过条形统计图、折线统计图，对它们的特点已有所了解。在本章的前几节中，学生又学习了扇形统计图和频数直方图的制作，具备了制作各种统计图的技能。

学生的活动经验基础：在学习相关知识的过程中，学生已经经历了一些统计活动，解决了一些简单问题，获得了从事统计活动所必须的一些数学活动经验。同时，在活动中具有了一定的合作学习的经验，具备了一定的合作交流的能力。

二、任务分析

本课的具体学习任务：理解三种统计图各自的特点，并能根据不同问题选择适当的统计图描述数据。此外，本课内容属于“统计与概率”领域，因而本节课也必须服务于统计教学的远期目标，即让学生经历数据收集、整理与表示、数据分析以及作出推断的全过程，发展学生的数据分析观念。

三、教学目标

1. 通过三种统计图的比较与选择，理解三种统计图各自的特点，并能根据不同问题选择适当的统计图描述数据。

2. 经历统计过程，发展数据分析观念。

3. 通过互相合作与交流，进一步发展合作交流的能力和数学表达的能力。

4. 感受数学与现实生活的密切联系，增强应用意识。

四、教学重难点

理解三种统计图各自的特点，并能根据不同问题选择适当的统计图表描述数据。

五、教学过程

【第一环节】课前准备（提前一周布置，以4人合作小组为单位）

1. 内容

（1）各尽所能收集生活中各行业、各学科中应用的统计图。

（2）调查收集生活中学生感兴趣的一件事情的有关数据（在必要情况下，教师可以在选择调查对象方面给予一定的指导，使调查更有时效性）。

2. 目的

通过活动(1),希望学生能从统计图中获取尽可能多的信息,体会统计图在社会生活中的实际意义,培养学生善于观察生活、乐于探索研究的学习品质及与他人合作交流的意识;而在活动(2)中,学生将对他们感兴趣的问题展开调查采访或查阅资料,经历收集数据的过程,并在此过程中培养学生勇于探索、团结协作的精神。同时,这两个活动所收集的数据和图表,为后面分析各种图表的特点和选择制作各种图表提供了极好的素材。在课堂中用源于学生真实调查的数据或图表展开教学,必将极大地激发学生学习的积极性与主动性。

3. 预期

通过活动(1),学生可以收集到各种统计图表,有条形统计图、折线统计图、扇形统计图等;来源也是多样的,有来自报纸、网络或调查等。通过活动(2),学生可以收集方方面面多样的数据,为后续制作适当的统计图来描述自己收集到的数据做好准备。

【第二环节】情境引入

1. 内容

各小组派代表展示自己课前调查得到的统计图(可以是照片、资料,也可以是亲自仿制),并解说从统计图中获取的信息及此统计图对于现实生活的实际意义(选3~4个小组代表讲解)。

2. 目的

培养学生从统计图中获取信息的读图能力,并通过亲身体验归纳总结三种统计图的不同特点,以及在现实生活中的实际意义。由此引出课题:生活中有各种统计图,那么人们在选择统计图时,是以什么为依据的呢?这就是本节课要研究的问题。

3. 预期

学生在一个开放的环境下展示、讲解亲自收集到的生活中的统计图,从中获取了大量的信息。而且讲解中小组之间互相补充、互相竞争,气氛热烈,可以使统计图信息的获取更加全面。事实上,通过对各种统计图特点的一个自然感知的过程,学生能用自己的语言归纳总结出三种统计图的特点,这就为下一环节“统计图的选择”打好了基础。

在交流的过程中学生可能会就“为什么用这种统计图,而不用……”展开初步讨论,对此要适当引导,为下一环节做好准备。

【第三环节】统计图的选择

1. 内容

参照教科书提供的“人口统计图”,并结合学生的统计图进行整合提出相关问题。

(1)如果我想制作一个统计图,使它能够清晰地反映世界人口从1957年至2050年的变化情况,你认为应该选择哪种统计图?

(2)如果我想制作一个统计图,使它能够反映2050年各大洲人口占世界人口的百分比情况,你认为应该选择哪种统计图?

(3)如果我想制作一个统计图,使它能够反映2050年各大洲人口的具体情况,你认为应该选择哪种统计图?

(4)回想前面小组展示的统计图,××小组的关于“××”的统计图,可以制作成

××统计图吗?

(5) ××小组收集到的关于“××”统计图,可以制作成××统计图吗?

(6) 你能谈谈应该怎样合理选择统计图吗?(学生先想一想,再进行小组讨论,互相补充完善,并派代表回答)。

2. 目的

以问题串的形式引导学生逐步深入地思考选择统计图的条件。设置前三个问题,旨在帮助学生体会要根据研究问题的需要、统计图本身的特点选择统计图;设置问题(4)

(5)旨在帮助学生体会:数据本身的特点也是选择统计图时应考虑的因素;设置问题(6)的目的是归纳总结。

3. 预期

学生通过对问题串的解答,全面认识选择统计图的决定因素:统计图的特点、数据本身的特点、研究问题的需要。

学生可能对问题(4)和问题(5)有分歧,如相互独立的数据是否可以用折线统计图,各数据百分比之和不为1的是否可以用扇形统计图等,应留时间给学生进行争论,通过这样的论争,学生对于各种统计图表的作用有更为清楚的认识。

问题串的设置逐步引发学生对统计图选择的思考,学生对问题(6)各抒己见,畅所欲言:①根据研究问题的实际需要;②根据统计图的不同特点;③根据数据本身的特点,如百分比之和不为1的不能选择扇形统计图;数据之间相互独立毫无关系的,不能用折线统计图。结论的得出来源于学生在实例分析中的亲身感受,体现学生学习的主动性。

【第四环节】统计图的制作

1. 内容

(1) 学生根据小组收集到的感兴趣事情的数据,结合本小组制订的研究方向,小组讨论,选择哪种统计图展示数据最合适。

(2) 小组成员各自制作统计图(组内互相交流协商,教师给予适当帮助)。

(3) 四人小组选出制作最好的统计图展示,并派代表讲解,最终对研究的问题作出决策。

(4) 完成调查报告(课堂时间有限,要求课后完成)。

2. 目的

此处留给学生充分的时间与空间去选择、制作,并培养学生对某个问题作出正确判断、合理决策的能力,使学生完整地经历“调查了解—收集数据—整理数据—作出决策”的活动过程,深刻体会统计可以为科学合理决策提供有力帮助。

3. 预期

可能有学生在第一环节收集数据之后,就画出了统计图,这时可以引导学生反思,自己这样画可以吗?

【第五环节】练习与提高

1. 内容

完成教科书中“做一做”环节。

2. 目的

通过练习,检测学生对三种统计图的特点是否真正理解。

3. 预期

学生基本都能选用适当的统计图表示数据。在学生选择一种统计图表示数据后,可向学生提问能否选择其他的统计图。

【第六环节】课堂小结

1. 内容

师生互相交流总结三种统计图的特点、怎样选择统计图、统计对于决策的作用、调查时学到的课外知识及切身感受等。

2. 目的

鼓励学生结合本节课的学习及课前的调查,谈自己的收获与感想。

3. 预期

学生畅所欲言自己的切身感受与实际收获。

【第七环节】布置作业

1. (1) 请你设计一个调查表,记录自己家一周内每天丢弃的塑料袋数量;

(2) 统计本小组这周内所有家庭每天丢弃的塑料袋的总数量;

(3) 根据上面的数据制作统计图;

(4) 根据你收集的数据,估计全校同学的家庭在一周内丢弃的塑料袋数量。一年呢?

(5) 如果将全班同学的家庭在一周内丢弃的塑料袋全部铺开,大约占多大面积?可以铺满一间教室吗?

2. 完成调查报告,包括:调查主题、调查对象、调查时间、调查地点、人员分工、调查内容、调查结论等。

六、教学反思

1. 要创造性地使用教材

教科书只是为教师提供最基本的教学素材,教师完全可以根据学生的实际情况进行适当调整。学生在小学已经学过统计图,而且普遍掌握较好,因此没有必要再以问题的形式逐步总结认识。教学中将重点放在怎样根据“研究问题的需要、数据本身的特点及统计图本身的特点”科学合理地选择统计图。此外,能让学生通过社会调查亲自去感受统计在实际生活中的应用,体会数学的实际价值。

2. 相信学生并为学生提供充分展示自己的机会

通过课前小组合作调查、课堂展示讲解统计图的过程,为学生提供展示自己聪明才智的机会。在此过程中,教师可以发现学生分析问题、解决问题的独到见解,以及思维的误区,便于指导今后的教学。课堂上把激发学生学习热情和获得学习能力放在教学首位,通过运用各种启发、激励的语言,以及组织小组合作学习,帮助学生形成积极主动的求知态度。

七、评析

赵老师的设计和教科书相比，最大的不同在于她在课前给学生布置了一系列的活动。其中有各种统计图的收集、对自己最感兴趣的一件事的数据调查。正是有了这些活动，才能更好地实现赵老师提出的第3、4条。

对于统计教学，也许有教师会担心：学生能完成有关的统计活动吗？他们具有收集信息、处理信息的能力吗？我们不妨放手让学生试一试，相信他们吧！有人说，若成功固然好，成功之后可以带来一系列好处：发展学生的能力、感受数学的应用、给教学带来了巨大的资源……这些大家都能感受到。但是失败呢？什么是失败？——不能准确地收集信息？不会做调查？调查出现了偏颇？若是学生能意识到这些，与其说他失败，倒不如说他从过程中收获到了更多书本上没有的东西。即使学生意识不到，教师也可以略加点拨。再退一步，实在不行，大不了不用这些不足的数据，回归到教科书，也不影响相应的教学。可见，赵老师布置的这项课外作业，真是一项多方受益的作业。

相信学生吧，给他们一些空间，他们可以成长得更快。

附录二 学科知识拓展

数据的分类

在统计中,我们经常会从事数据的收集、数据的整理和表示、数据的分析等工作.那么统计里的数据指的是什么呢?

可能有人认为数据就是数字,也有人认为数据是数字加单位.其实这些对数据的认识都是片面的.统计里的数据就是信息.例如,某教师统计了班级 15 名学生的有关情况

学号	性别	身高/cm	入学成绩/分		
			语文	数学	外语
1	女	167	81	88	优
2	男	162	78	85	良
3	女	165	86	90	优
4	男	160	81	99	中
5	女	165	94	86	优
6	女	167	83	75	良
7	女	165	88	94	优
8	男	166	79	98	优
9	女	159	72	65	中
10	男	169	86	97	优
11	男	168	91	96	优
12	男	158	80	93	良
13	男	160	85	89	优
14	女	159	90	84	优
15	女	162	91	89	优

这里,15 名学生的各种信息(如性别、身高、入学成绩等)都是数据,其中“男”“女”是关于性别的数据;“167 cm”“162 cm”等是关于身高的数据;“81 分”“78 分”等是关于语文成绩的数据;“优”“良”“中”是关于外语成绩的数据.

因此,数据不仅可以用数字来刻画,也可以用一些词汇来刻画.当用“81 分”“78 分”等来刻画语文成绩时,我们可以比较成绩的高低,排出大小,即这时的数据是可以排序且有具体数量的;当用“优”“良”“中”等来刻画外语成绩时,我们可以把成绩排列出一个顺序,但“优”“良”“中”不存在数学中所指的大小关系;当用“男”“女”来刻画性别时,这时它们是并列关系,不存在大小顺序关系.因此,我们可以根据数据是否能够排序,将数据分类.具体地说,有的数据没有好坏之别,它们是定性的,如上例中“男”“女”这两个关于性别的数据;而有些数据可以排出一定的顺序,它们是定序的,如上例中“优”“良”“中”这三个关于外语成绩的数据;还有些数据是定量的,它们可以直接比较大小,如上例中学生身高、语文成绩、数学成绩等数据.

当然,这只是划分数据的一种方式.我们也可以根据数据的来源对数据分类.例如,有的数据是我们通过试验得到的,这时的数据可以称为试验数据;有的数据是通过观测得到

的,这时的数据可以称为观测数据;有的数据是通过查找资料等方式得到的,这时的数据可以称为间接数据或二手数据.还可以按照数据的单位是否有可分性,将数据分为连续型数据和离散型数据.例如,长度的单位“m”,可以分为“cm”“mm”……因此长度数据是连续型数据;而人口数量、班级数量等属于离散型数据.

通过某种约定,定序的数据和定量的数据可以相互转换.

例如,在上面表格中,约定用3,2,1分别代替“优”“良”“中”,这时定序数据就转化成定量数据了.反过来,在上面表格中,如果约定90分及以上为“优”、90分以下80分及以上为“良”、80分以下70分及以上为“中”、70分以下60分及以上为“及格”,60分以下为“不及格”,这时原先为定量数据的语文和数学成绩就转换成定序数据了.

抽样方法介绍

抽样调查是一种重要的调查方式,那么如何抽样才能保证样本具有广泛性和代表性呢?下面介绍一些常用的抽样方法.

1. 简单随机抽样,也叫纯随机抽样.从总体中不加任何分组、划类、排队等,完全随机地抽取调查单位.特点是:每个样本单位被抽中的概率相等,样本的每个单位完全独立,彼此间无一定的关联性和排斥性.简单随机抽样是其他各种抽样形式的基础.通常只是在总体单位之间差异程度较小和数目较少时,才采用这种方法.

2. 等距抽样,也叫机械抽样或系统抽样.将总体各单位按一定标志或次序排列成为图形或一览表(也就是通常所说的排队),然后按相等的距离或间隔抽取样本单位.特点是:抽出的单位在总体中是均匀分布的,且抽取的样本可少于纯随机抽样.等距抽样是实际工作中应用较多的方法,目前我国城乡居民收支等调查,都是采用这种方式.

3. 类型抽样,也叫分层抽样.将总体单位按其属性特征分成若干类型或层,然后在类型或层中随机抽取样本单位.特点是:由于通过划类分层,增大了各类型中单位间的共同性,容易抽出具有代表性的调查样本.该方法适用于总体情况复杂、各单位之间差异较大、单位较多的情况.

4. 整群抽样.从总体中成群成组地抽取调查单位,而不是一个一个地抽取调查样本.特点是:调查单位比较集中,调查工作的组织和进行比较方便.但调查单位在总体中的分布不均匀时,准确性要差些.因此,在群间差异性不大或者不适宜单个地抽选调查样本的情况下,可采用这种方式.

综合与实践 关注人口老龄化

一、教学目标

1. 经历数据收集、表示与处理的活动过程，体会用数据说明问题的必要性，发展数据分析观念，积累统计活动经验.
2. 逐步掌握收集数据、处理数据的方法和策略，增强应用统计知识和方法解决问题的意识与能力.
3. 经历小组合作与交流的活动，进一步积累合作与交流的活动经验，增强合作意识，发展合作能力.

二、设计思路

设立本综合与实践活动的基本意图是让学生经历数据收集、表示与处理的全过程，尝试用统计的思想和方法解决实际问题，关注现实生活中的热点问题和身边的现实问题，会用数据分析问题，并会利用数据作出决策和判断. 课题内容背景较为贴近学生的现实生活，有助于进一步增强学生的统计意识，提高学生在现实生活中综合应用统计知识解决问题的能力. 同时，该课题对于各地学生都具有较强的可操作性，在问题的解决过程中，学生势必展开大量的调查活动，因此具有较强的实践性. 此外，课题的选择注意了问题的社会价值，应该说人口老龄化是目前全世界所关注的问题，我国也有许多地区已经进入了老龄化社会，让学生进行这样的调查，通过亲身收集的数据来体会人口老龄化可能产生的一系列社会现象和带给我们的社会问题，能透过现象发现问题，从而更好地体会借助数据分析、寻找解决问题的策略等.

为了增强学生实施具体活动的自主性，在课题活动的展开过程中，教科书只是给出了一个原始的问题，规定了一个大的方向，问题本身的提出和解决手段都由学生自己选择. 如教科书中要求学生经过讨论，选择某个感兴趣的主题开展调查，但具体调查哪个主题、调查活动如何开展、调查对象如何选取等完全由学生自主选择，因而保证了学生学习的自主性、选择性和研究结论的开放性.

三、教学建议

本综合与实践活动预设 2 课时. 第 1 课时主要是设计方案、形成调查报告；第 2 课时主要是班级交流、调整和完善该方案，更好地感受统计的应用.

在具体教学活动的展开过程中，应发挥学生的自主性. 让学生根据自己的喜好组成合作小组，选择适当的问题展开调查，具体调查方式、样本的选择、调查表格的制作以及调查活动的实施和调查报告的撰写等也都由学生自主完成.

小组确定选题后，在活动过程中，小组成员明确分工，收集相关数据，然后小组讨论与交流，制作适当的统计图表，并根据数据得出判断的结果和策略。

统计知识学习的最终目的是让学生经历统计过程，发展学生的数据分析观念，因而教学中务必让学生真正活动起来，只有亲身做了、体验了，才能提高学生对统计知识的理解与应用水平，形成主动应用统计知识解决实际问题的意识与能力。

四、评价建议

注重对学生活动的评价，主要评价学生的参与程度，以及在活动过程中所表现出来的思维方式、与同学合作交流的意识与能力等。对学生活动结果的评价可采用四个等级：A，B，C，D。其分别对应：优秀、良好、中等、基本合格。教学中尽量不要给予学生不合格的评价，除非学生的成绩与D级水平有明显差异。具体等级表现描述如下：

D——在整节课中，仅仅是按照教师的要求去做，得到一些数据，获得一些结论；没有自己解决问题的方法，不能真正参与到同伴的活动过程中。提交的调查报告中仅仅阐述了部分课题活动过程，可读性一般。

C——在具体活动中，能够比较准确地完成规定的活动步骤，比较主动地和同伴一起制订方案，分工合作，能够完成基本的数据收集、处理任务；活动积极性较高；获得的调查结果基本正确；提供了解释结果正确性的一些依据，如具体案例、数据解释、逻辑论据等。提交的调查报告结构基本合理，对活动过程的描述基本清晰、准确，具备可读性；报告中正确地使用了一些必要的数学语言、符号、统计图表。

B——对本节课的内容有比较准确、完整的理解，有自己的想法和见解，积极主动地从事各项活动，能够完成基本的数据收集、处理任务，并获得明确的结论，还能够向同伴解释自己的想法，听取别人的建议和意见等；制订的调查方案科学合理、切实可行，能够恰当处理活动过程中出现的意外情况，适时调整方案或改变方法；获得了正确的活动结果；提供了解释结果正确性的论述过程，如验证、数据解释等。提交的调查报告结构合理，对活动过程的描述清晰、准确，具备良好的可读性和可交流性；报告中正确地使用了必要而恰当的数学语言、符号、统计图表。

A——在B级基础上，善于挑战自我，主动寻求解决方案的简化、数据结果的优化；积极主动地帮助同学，在与同伴的合作活动中显现出组织、管理的才能。能够对课题活动过程、结果进行较为深刻的反思，如解决问题方法的局限性、一般性；能够提出进一步的相关问题。

人口老龄化问题是当今社会上普遍存在的现象，学生对此未必有较清楚的认识。通过本次综合与实践活动，让学生感受到人口老龄化所带来的一系列的社会问题，从而渗透尊老敬老教育，体现德育教育价值。

议一议

本综合与实践活动与第六章中的调查相比较,区别之一在于调查的主题和活动是由学生来确定。本环节的目的在于引导学生对即将开展的调查工作形成心理预期,引导学生讨论调查前的准备工作。

做一做

让学生经历从提出问题,到收集数据、处理和分析数据的过程,这也是本综合与实践活动有别于第八章统计学习之处。本环节关注的重点是设计方案,使学生深化对收集数据、处理数据的方式方法的理解,对数据的合理性及结果进行评判与反思,讨论修改完善方案。

在教学中,建议设计四个环节:交流—调整—再交流—提高认识。其中两次交流的侧重点应不同:第一次课上交流侧重点是样本如何选取,调查所得的数据如何处理,调查的结果如何呈现,交流和汇报过程中,需关注小组的协作能力。第二次交流侧重于对数据的合理性及结果的评判和反思,如样本能否代表总体、可以得到哪些信息等。在讨论的基础上达成对调查报告的书写的一致认识。



关注人口老龄化

你知道人口老龄化吗?按照国际通行的标准,当一个国家或地区60岁以上老年人口占人口总数的10%,或65岁以上老年人口占人口总数的7%,即意味着这个国家或地区进入老龄化社会。目前,全世界60岁以上老年人口总数已达6亿,有60多个国家的老年人口达到或超过人口总数的10%,进入了人口老龄化社会行列。我国有许多城市已进入老龄化社会。



议一议

- (1) 你了解自己所在的社区老年人所占的比例吗?
- (2) 你想关注老年人生活中的哪些问题呢?
- (3) 你想通过什么方式获得相关信息?

做一做

以小组为单位完成下列活动:

- (1) 确定调查主题,讨论需要收集的数据和信息。
- (2) 制订调查方案,参与全班交流。
- (3) 完善调查方案,拟定报告框架,明确组员分工。
- (4) 以小组为单位,到社区做一些公益活动,结合你的主题展开调查,收集相关数据。
- (5) 对调查数据进行处理和分析,形成调查报告。

小组分别汇报各自的调查主题、收集数据的主要过程和相关结论。

议一议

根据所得到的数据,你还能提出什么问题?在数据收集和处理过程中,你有哪些收获和体会?关于人口老龄化你还想知道哪些问题?

习题

以小组为单位,选择适当的主题展开调查,并对调查数据进行处理与分析,撰写一份调查报告。

附:关于“人口老龄化”的调查报告

问卷编号 _____ 年 _____ 月 _____ 日

调查主题			
调查对象			
调查时间		调查地点	
人员分工			
调查内容			
调查结论			

议一议

通过对几个小组调查方案、调查过程中出现问题的讨论,可以提高学生对开展调查活动的认识,使学生清楚为什么调整方案、怎样调整方案。小组内部再讨论,自我检查、调整、完善方案……本环节应着力于通过班级交流帮助学生更好地感受统计的应用。课后教师可以进一步组织调查报告的评选、讲评。

习题

鉴于调查主题不同,调查报告的内容将不尽相同,故在此仅提供一份调查报告的参考框架,以方便教师指导学生之用。

附录 典型案例评析

关注人口老龄化

设计：青岛第五十九中学 马虹桥

评析：青岛市市北区教研室 陈怡

一、学情分析

在此之前，学生已了解了一定的数据收集和整理的方法，但尚缺少分辨和选择的能力；他们对单一信息的分析能力较强，但综合应用的能力较弱。

处于这个年龄段的学生好动、好奇、好表现，希望得到老师的表扬，采用形象生动、形式多样的教学方法和学生广泛、积极主动参与的学习方式，有利于激发学生学习的兴趣，发挥学生的主动性和积极性。

二、任务分析

学生虽然已经掌握了一些数据的收集和整理方式并初步体会到统计的广泛应用，但所学知识多是零碎的或为特定学习目的而进行的，缺少活动经验。本综合与实践活动用大量案例分析，使学生再次经历数据的收集、表示与处理的全过程，达到灵活运用数学知识解决实际问题的目的。同时，让学生初步体验科学调查的过程。

学法指导分析：

(1) 开放性：在同一主题下，由于兴趣、经验的不同，研究问题的方法、手段、结果和表达也各不相同，开放性可以为学生构建充足的自主探究空间，保障探究的广度和深度。

(2) 探究性：学生根据主题自主发现问题、提出问题、解决问题，有助于他们更好地积累数学活动经验。

(3) 实践性：关注现实生活，亲身参与社会实践活动，帮助学生增强人生体验，感受成功的快乐。

三、教学目标

1. 通过对数据的收集和处理，感受抽样的必要性，体会统计应用的广泛性，增强应用统计知识和方法解决问题的意识与能力。

2. 了解人口老龄化的含义；选择适当的收集、表示和处理数据的方法；体会用数据说明问题的必要性，发展数据分析观念；积累用统计研究问题的经验，体会统计的特点。

3. 通过对老龄化问题的研究，关注社会，进一步积累合作与交流的活动经验，增强学生的合作意识，发展学生的合作能力。

四、教学重难点

重点：综合应用统计知识实际问题，积累研究问题的方法和经验。

难点：培养科学的态度和独立思考的习惯。

五、教学过程

课前准备：了解老龄化的有关资料，了解身边老人最关心的问题。

1. 问题情境

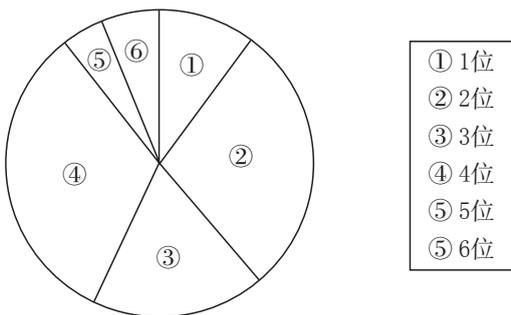
(1) 展示我国的老龄化情况及新闻图片。

目的：了解老龄化概念。

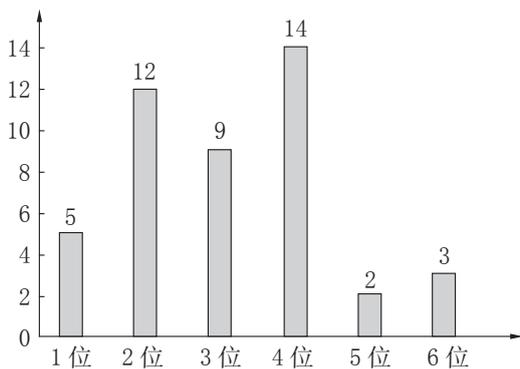
(2) 学生展示自己制作的各自家庭老年人人数统计图。

目的：了解不同统计图的特点。

家庭老年人人数统计图



家庭老年人人数统计图



(3) 设疑：你知道你长大后面临的养老压力有多大吗？

老龄化速度过快，社会养老压力加大。随着人口出生率的下降和人均寿命的延长，未来将出现很多 421 甚至 8421 家庭，即一个子女面临赡养 6 个甚至 14 个老人的状况。

目的：了解老龄化会带来问题，明确态度。

421 型家庭

8421 型家庭



(4) 抢答：农历九月初九是什么节日？

目的：宣扬敬老传统。

(5) 观看公益广告：关爱老人，用心开始。

目的：倡议从身边的小事做起，关爱老人。

预期：通过相关的图片、短片，以及身边的事例、有震撼力的数据吸引学生对老龄化的注意。通过老人节及公益广告引导学生正确对待老龄化的来临，发出从身边的小事做起关爱老人的倡议，点明学习的意义。

2. 实践热身

(1) 探求研究背景——了解青岛市老龄化特点。

学生根据课前预习口答：

青岛市大约有多少 60 岁以上的老人？有多少 65 岁以上的老人？

有多少是空巢老人？

身边的老年人健康状况如何？

教师小结：老龄化程度高、发展速度快、高龄化特点突出是青岛市老龄化的特点，也是我们研究课题的背景。

目的：检查预习情况，使学生了解青岛市老龄化特点，明确研究背景。

预期：对预习充分的学生进行鼓励，培养课前预习的习惯。特别关注学生知识面的广度，并对问题认识的角度给予正确的引导。

(2) 确定研究目的——了解老年人的实际需要。

进行现场调查：学生身边的老年人最关心的事。

教师小结：了解老年人需求，才可以更好的地关爱老人。以关心人数最多的健康问题作为本次活动的研究主题。

目的：了解老年人的实际需要，确定研究主题。

预期：通常老年人关注的主要问题有：健康、精神赡养、养老、医疗等。

(3) 制订研究计划——进一步认识制订调查计划的基本步骤

① 明确调查的问题和对象——知道做什么。

案例分析：调查有关健身场所的问题时你会从哪些方面收集数据，更有利于作出决策？

小组讨论。

教师小结：制订调查计划第一步：明确调查的问题和对象——知道做什么。

关键点：了解现在状况和实际需求，了解有益因素和有害因素。

② 选择获取数据的方法

学生各抒己见，相互补充，教师记录不同方法。

案例分析：如何获取数据

- 对湛山小区健身场所数量的调查方式
- 对青岛市健身场所数量的调查方式
- 对每万人需要健身场所数量的调查方式

教师小结：获取数据的方式：网络搜索、在线调查、114 信息台查询、图书资料、求助居委会、问卷调查、求助户籍警察……

③ 选择处理数据的方法：统计图（扇形统计图、条形统计图、折线统计图、象形统计图）。

案例分析：为以下数据找到适当的处理方式

- 我国各年龄段人数
- 爱好不同运动的老年人数量
- 未来我国老年人口数量的变化情况

学生口答。

教师小结：调查计划的基本步骤：

- 明确调查的问题和对象
- 选择获取数据的方法
- 选择处理数据的方法

目的：引导学生进一步认识制订调查计划的基本步骤。

预期：案例分析——初中学生考虑问题的角度可能比较窄，需要教师引导，从现在状况和实际需求，有益因素和有害因素等不同方向思考问题。学生在同一主题下，由于兴趣、经验的不同，研究问题的方法、手段、结果和表达也各有不同。使用大量的案例分析方式，启发学生自主探索、合作交流。学生根据主题自主发现问题、提出问题、解决问题。

（4）决策——得出预期成果

案例分析：根据资料作出决策

- 健身场所不能满足需要，有部分老人在车行道旁运动
- 有的老年人选择扭腰器、伸背器等锻炼腰背肌肉，反而会拉伤腰肌，甚至造成脊柱骨折

- 健步走运动，可以锻炼四肢力量，也有助于内部脏器的健康

教师小结：决策的方法：

- 找出差距，提出建议
- 找出误区，提出建议
- 找出好方法，提出建议

目的：引导学生如何得出预期成果，进行决策。

预期：学生针对具体事件可以进行分析，但不了解一般的决策方法，教师必须在小结中给出决策的一般方法。

3. 选题

学生分小组讨论：以关爱老年人健康为主题进行讨论得出研究课题。

教师：对学生选定的题目进行必要的合并、审定。

目的：组织学生分组，科学选题。

预期：自主选题，促进学生个性特长的发展，发挥创造潜能。教师对学生选定的题目进行必要的合并、审定，可以保证选题的科学性。以下是热选题目：

课题一：运动与老年人健康

课题二：娱乐与老年人健康

课题三：旅游与老年人健康

课题四：饮食与老年人健康

课题五：心理与老年人健康

4. 组建课题组

组建课题组，确立本小组的研究子课题和组内分工，填写开题报告。

研究型学习开题报告

主题	关爱老年人健康	班级	指导教师
课题题目			
课题组成员			组长
成员分工	资料查阅	记录员	编辑 中心发言人
研究背景			
课题的目的与意义			
主导学科			相关课程
活动计划			
1. 调查的问题和对象			
2. 获取数据的方法			
3. 处理数据的方法			
预期决策			
表达形式			调查报告

目的：组建课题组，设计课题方案，引导学生选取适当的研究方法，并制订课题研究计划。

预期：有了前期的铺垫，开题报告的填写应该很顺利。成员分工一栏学生争议较多，要给予适当引导。

5. 实践体验（课下进行）

以研究小组为单位，学生自主开展研究活动。对选择的课题分组进行调查研究，完成个人或小组的课题研究报告。

附件一：调查报告的一般体例

- 问题
- 实验组成员及报告撰写人

- 调查的背景、目的、意义、对象、方法、步骤等
- 调查的过程与结果
- 调查结论
- 意见与建议
- 注释和参考文件目录

附件二：个人评价表

个人活动记录表

姓名：

班级：

课题：

集体活动总次数	个人参加次数	缺席原因
承担的任务		
完成任务的主动性		
小组讨论中发言情况		
同学合作情况		
提出的积极建议		
查阅的相关资料		
活动中遇到的困难及解决方式		
印象最深刻的事		
最满意的事（收获最大的事）		
组内的活动组织如何		
组内最认真贡献最大的人		
组长意见		

六、案例评析

本教学案例中，教师将关注点放在通过案例带领学生经历数据的收集、表示与处理的全过程上。教师能较好把握“做中学”的教学目标，让学生亲身体验，与学生平等地参与，适时扮演“引导者、建议者、欣赏者”的角色，引导学生经历统计过程，发展数据分析观念；尽可能为学生提供参与解决实际问题的机会，尽可能使学生通过问题解决的过程获得成就感。教师关注每个学生的特长领域，引导学生在解决问题的过程中学会合作、学会取长补短、发挥各自特长。只是该如何在较短的时间内，引导学生充分展开讨论，利用多种途径确定选题？对此还应进一步思考。此案例更适合城市背景的学生，对于乡村背景的学生可以在选题等方面做相应调整。

附件三：学生作品举例

说明：学生用10天的时间到学校及周边小区完成调查。他们将自己的调查活动划分为四个阶段：（1）通过所制作的调查问卷，调查市民对人口老龄化的看法和认识；（2）上网查

找有关于调查问卷中各种关于人口老龄化的定义、老龄化社会的危害等的资料；（3）和家人及同学讨论赡养老人的方法，找到最佳方案；（4）完成一份完整的关于人口老龄化的报告。下面呈现的是第一阶段学生们设计的调查问卷及对相应调查结果的统计与处理情况。

【调查问卷】

1. 您是否知道人口老龄化的定义？
 A. 很了解 B. 比较了解 C. 不了解
2. 您和您的家人是否知道如何关爱、赡养老人？
 A. 非常清楚 B. 比较了解 C. 不了解
3. 您是否知道老龄化社会的危害？
 A. 是 B. 否
4. 您认为人口老龄化问题只出现在发达国家吗？
 A. 完全认同 B. 有可能 C. 不认同
5. 你认为中国正处于老龄化社会吗？
 A. 完全认同 B. 可能是 C. 不是
6. 您认为老年人最需要哪方面的关心呢？
 A. 经济方面 B. 身体方面 C. 心理方面

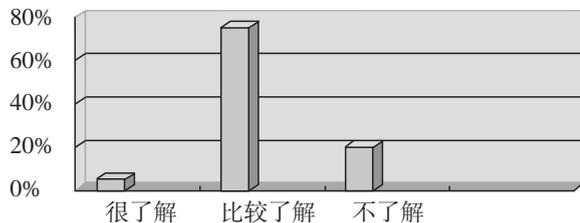
【对调查结果统计与处理】

调查结果：

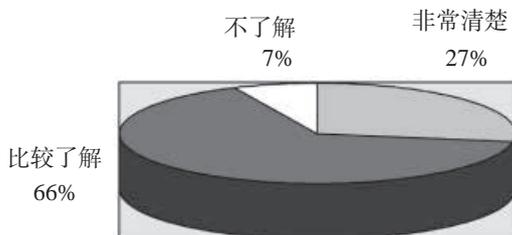
1	2	3	4	5	6
5%	27.3%	65%	20%	59.8%	35%
75%	65.7%	35%	45%	31.8%	45%
20%	7%		35%	8.4%	20%

数据分析：

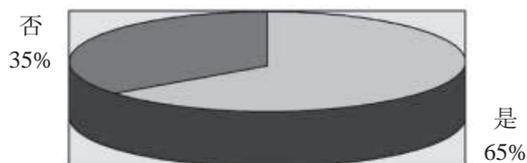
1. 您是否知道人口老龄化的定义？



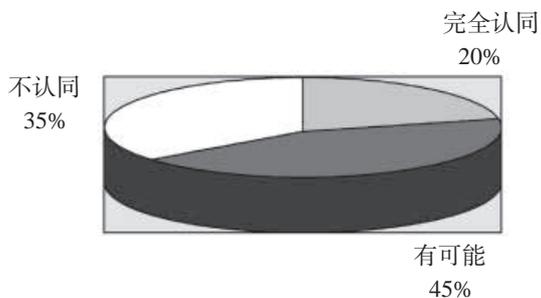
2. 您和您的家人是否知道如何关爱、赡养老人？



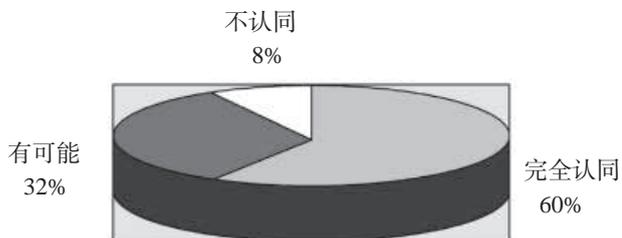
3. 您是否知道老龄化社会的危害？



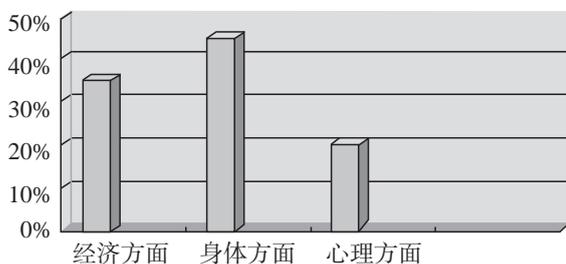
4. 您认为人口老龄化问题只出现在发达国家吗？



5. 你认为中国正处于老龄化社会吗？



6. 您认为老年人最需要哪方面的关心呢？



通过调查可以看出, 75% 的人对人口老龄化了解一些, 只有极少数人对人口老龄化很了解, 还有近 20% 的人不知道什么是人口老龄化; 有 90% 以上的人有赡养、关爱老人的意识和习惯; 虽然有超过半数的人了解老龄化会带来社会问题, 但是 65% 的人都认为人口老龄化可能只出现在发达国家并不会在我国出现, 未富先老的社会问题并不为大多数人所认识到。可见, 大多数人对人口老龄化和老龄化社会不是很了解, 并未意识到中国已经步入未富先老的社会现实。

【评价建议】

从该小组在第一阶段提交的报告来看, 本小组成员对该课题有自己的想法和见解, 能在查阅资料的基础上自行设计调查问卷, 问卷结构清晰, 数据分析比较完整详细, 最后也得出了一些有价值的结论, 报告具备良好的可读性和可交流性。建议 B 等级 (当然这只是第一阶段的等级评价, 完整的评价应综合该小组在整个过程中的表现)。

第九章 变量之间的关系

一、《标准》要求

1. 探索简单实例中的数量关系和变化规律,了解常量、变量的意义.
2. 结合实例,了解函数的概念和三种表示法,能举出函数的实例.
3. 能结合图象对简单实际问题中的函数关系进行分析.
4. 能确定简单实际问题中函数自变量的取值范围,并会求出函数值.
5. 能用适当的函数表示法刻画简单实际问题中变量之间的关系.
6. 结合对函数关系的分析,能对变量的变化情况进行初步讨论.

二、教学目标

1. 经历探索具体情境中两个变量之间关系的过程,感受变量的思想、发展符号意识.
2. 能发现实际情境中的变量及其相互关系,并确定其中的自变量或因变量.
3. 能从表格、图象中分析出某些变量之间的关系,感受几何直观的作用,并能用自己的语言进行表达,发展有条理地进行思考和表达的能力.
4. 能根据具体问题,选取用表格和关系式表示某些变量之间的关系,初步感受模型思想,并结合对变量之间关系的分析,尝试对变化趋势进行初步的预测.
5. 体验从运动变化的角度认识数学对象的过程,发展发现问题、提出问题、分析问题和解决问题的能力.
6. 在探究、学习变量之间关系的过程中,进一步发展学习兴趣和增强学好数学的自信心.

三、设计思路

我们生活在一个变化的世界中,从数学的角度研究变量和变量之间的关系,将有助于人们更好地认识现实世界、预测未来.同时,研究现实世界中的变化规律,也使学生从常量的世界进入了变量的世界,开始接触一种新的思维方式.我们知道,函数是研究现实世界变化规律的一个重要模型,对它的学习一直是初中阶段数学学习的一个重要内容.数学教育研究表明,对变化规律的探索、描述应从低年级非正式地开始,早期对函数的丰富经历是十分重要的.因此,本套教科书对函数的学习不是一蹴而就的,而是遵照循序渐进、螺旋上升的原则进行设计.

其实,在六年级上学期中,教科书已经在代数式求值、探索规律等地方渗透了变化的思想,而本章则是第三学段第一次集中讨论变量之间的关系.本章通过大量学生感兴趣的日常生活或其他学科中的问题(如骆驼的体温、潮汐的升落),使他们体会变量和变量之

间相互依赖的关系，感受数学的应用价值。本章还通过分析用表格、代数式和图象所表示的关系的活动，使学生初步理解并尝试用数学的方法描述变量之间的关系。学生通过本章中对变量和变量之间关系的丰富经历，将为以后顺利地过渡到函数学习打下基础。

多种研究表明，为了发展学生对函数思想的理解，必须使他们对函数的多种表示——数值表示、解析表示、图象表示有相当丰富的经历。因此教科书在第1节中首先通过探讨小车下滑时间的活动，使学生初步体会变量之间的相依关系，并用表格来表示变量之间的关系。然后，借助人口统计表、土豆氮肥施用量表等素材，使学生学习如何从表格中获取信息，发展他们通过数据分析进行预测和解决问题的能力。在学生已经学会计算一些图形的面积或体积的基础上，教科书在第2节中讨论由底边长（或半径、高）的变化引起的面积或体积的变化，并由此引出运用代数式表示变量之间的关系。然后运用形象的“机器输入输出图”，渗透自变量和因变量值的对应思想，为以后理解函数的概念做铺垫。“排碳计算公式”内容的设计是为了将生活中变量之间关系的表达，转化为数学上的表达式表达。在第3节中，通过学生所熟悉的气温变化图，引入变量之间关系的第三种表示方法——图象。图象表示以其直观性有着其他表示方式所不能替代的作用，它是将关系式和数据转化为图形形式，是“看见”相应的变化规律的途径之一。因此，本章在本节中特别又拿出两课时对图象所表示的变量之间的关系进行了讨论，让学生用语言描述图象所表示的变化过程，加强他们对图象表示的理解，发展从图象中获得信息的能力及有条理地进行语言表达的能力。

概括起来说：

小车下滑的时间，是本章的起始课，除给出变量、常量的概念，还给出变量之间关系的第一种表示方式——表格表示法。

变化中的三角形，给出变量之间关系的第二种表示方式——表达式表示法。

利用温度的变化和速度的变化，给出变量之间关系的第三种表示方式——图象表示法，并力图与表格表示、表达式表示进行联系，但不要求学生画图象。

值得一提的是，《标准》对函数内容的要求是学段目标，本章只是函数内容的起始课，内容设计定位于对函数的初步感受，对变量之间关系的讨论基本上是依托情境的、非形式化的。本套教科书对函数内容的设计是逐步形式化的，在学生学习了实数和平面直角坐标系的知识后，教科书将给出函数的定义，并要求画出变量之间关系的图象表示。

四、课时安排建议

- | | |
|-----------------|-----|
| 1 用表格表示变量之间的关系 | 1课时 |
| 2 用表达式表示变量之间的关系 | 1课时 |
| 3 用图象表示变量之间的关系 | 3课时 |
| 回顾与思考 | 1课时 |

五、教学建议

1. 创设丰富的现实情境，使学生在对变化规律的丰富经历中理解变量之间的相依关系。

本章主要讨论的是现实世界中大量存在的变量，讨论如何用数学的方法去理解、表示变量之间的关系，并解决一些问题和进行预测。因此在教学中，教师要创设丰富的现实情境使学生体会变量以及变量之间相互依赖的关系，而不是形式地讨论函数的有关概念。教师可以充分利用教科书中提供的问题，也可以根据学生实际创设新的情境，或鼓励学生自己从生活中寻找有关素材供课堂讨论。

2. 注重使学生亲身经历探索现实世界变化规律的过程。

运用数学的语言、方法、知识去理解、刻画现实世界中的变化规律，是本章学习的主要目标之一。而实现这一目标的重要途径是使学生亲身经历探索现实世界变化规律的过程，在探索活动中理解变量之间的相依关系，并尝试用语言和符号去刻画。

例如，在探索小车下滑过程中下滑时间与支撑物高度的关系时，教师应鼓励学生充分地、从表格中获取信息，运用自己的语言进行描述，并与同伴进行交流。有条件的地方，教师可以让学生亲自实践这个实验或实践其他可操作性的实验，使他们获得变量之间关系的直观体验，并体会收集数据、整理数据、由数据进行推断的思考方式。

3. 注重使学生从表格、表达式、图象中尽可能多地获取信息，并运用语言进行表达。

前面已经提到，为了发展学生对函数思想的理解，必须使他们对函数的多种表示——数值表示、解析表示、图象表示有相当丰富的经历。因此，教科书安排了大量由表格、表达式、图象所表达的变量之间关系的实例。在学生讨论这些例子时，教师要留给他们充分思考的时间，鼓励他们从表格、表达式、图象中尽可能多地获取信息，并运用自己的语言进行表达。当学生运用语言进行表达时，教师不要苛求语言的统一性以及关系的精确描述，只要学生能大致描述出变量之间的关系即可。

需要指出的是，教科书安排了表格、表达式、图象等内容，目的是使学生体验多种形式表示下的变量之间的关系，而不是对其本身的讨论。因此，教学时不要形式地对函数及函数的三种表达方式展开讨论。

六、评价建议

1. 关注对学生探索现实世界变化规律的过程的评价。

在本章的学习中，学生花费了较多的时间经历从具体问题中抽象出变化规律、理解符号所代表的变化规律等活动，这些活动对于学生发展符号感具有重要的价值。因此，对上述活动过程的考查应当成为评价的首要方面。对这一方面评价的重点显然不是记忆概念的准确性和使用技能、法则的熟练程度，而是对以下诸方面的考查：从事活动的投入程度，从表格、表达式、图象中获取信息的准确性和广泛性，对具体情境中变量之间关系的敏感性，运用语言等描述变量之间关系的合理性等。

例如，在对学生探索小车下滑时间与支撑物高度关系的过程进行评价时，可以关注以下几个方面：学生是否积极地进行活动，并在活动中进行独立思考；能否从实际操作或表

格中意识到下滑时间与支撑物高度之间存在着相依关系；能否从表格中获取尽可能多的信息；能否运用自己的语言描述下滑时间与支撑物高度之间的关系等。

2. 在现实情境中评价学生对变量之间关系的理解.

在考查学生对变量之间关系的理解时，应关注学生是否能够感受周围世界中的变量，是否能够发现变量之间互相依赖的关系；关注学生是否能从表格和图象中获取信息，并由此进行预测；关注学生能否运用语言、表格、表达式描述一些变量之间的关系等。

评价时应提供具体的问题情境，从大量实际问题或学生感兴趣的问题出发，避免形式化地对函数性质本身（如单值对应、三种表达形式）进行讨论。

第九章 变量之间的关系

观察下图，你能大致地描述青春期男女生平均身高的变化情况吗？你的身高在平均身高之上还是之下？你能估计自己18岁时的身高吗？

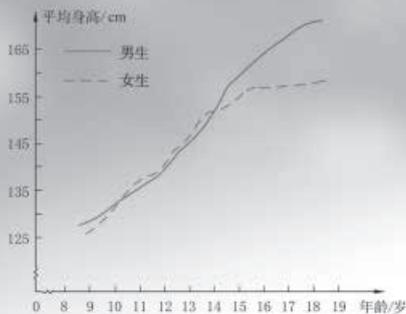
我们生活在一个变化的世界中，时间、温度，还有你的身高、体重都在悄悄地发生变化。从数学的角度研究变化的量，讨论它们之间的关系，将有助于我们更好地了解自己、认识世界和预测未来。

在本章，你还要学习到很多有用或有趣的变化，如骆驼体温的变化、潮汐的变化、记忆遗忘的规律、人口变化的规律等。

学习目标

- 感受生活中存在的变量之间的依赖关系
- 能读懂以不同方式呈现的变量之间的关系
- 能用适当的方式表示实际情境中变量之间的关系，并进行简单的预测

青春期男女生身高曲线



主题图呈现了一幅“青春期男女生身高曲线”图，形象地表示了身高随年龄变化的情况，并点明了本章的学习主题——生活中存在的变量及变量之间的关系。教科书还配有一些有趣的问题，目的是激发学生的学习兴趣，教师可以在适当时候引导学生讨论这些问题。

教学目标

1. 经历探索具体情境中两个变量之间关系的过程，获得探索变量之间关系的体验，进一步发展符号感。

2. 在具体情境中理解什么是变量、自变量、因变量，并能举出反映变量之间关系的例子。

3. 能从表格中获得变量之间关系的信息，能用表格表示变量之间的关系，并根据表格中的数据尝试对变化趋势进行初步的预测。

[1] 教科书提供了探讨小车下滑时间与支撑物高度之间关系的活动，使学生初步体会变量之间的相依关系，并尝试从表格中分析变量之间的关系。教学时，教师应鼓励学生充分地、从表格中获取信息，运用自己的语言进行描述，并与同伴进行交流。有条件的地方，教师可以让学生亲自实践这个实验或其他具有可操作性的实验，使他们获得对变量之间关系的直观体验，并体会收集数据、整理数据、由数据进行推断的思考方式。

(1) 学生在读表的过程中，将初步体会变量之间的相依关系。答案是：1.59 s。

(2) 根据经验或表格都可以得到：支撑物高度 h 越大，小车下滑时间 t 越小。

(3) 本题的目的是启发学生进一步思考小车下滑时间和支撑物高度之间的数量关系。学生通过观察和计算会发现： h 每增加 10 cm， t 的变化越来越小；

(4) 学生可以根据 (3) 中的发现进行估计，答案可以是 1.35 s 到 1.29 s 中的任意一值。教师要关注学生思考的过程及对理由的表述。

(5) 下滑的时间 t 会发生变化，小车下滑的路程没有发生变化。

在对上述过程进行评价时，可以关注以下几个方面：学生是否积极地进行活动，并在活动中进行独立思考；能否从实际操作或表格中意识到下滑时间与支撑物高度之间存在着相依关系；能否从表格中获取尽可能多的信息；能否运用自己的语言描述下滑时间与支撑物高度之间的关系等。

1 用表格表示变量之间的关系



[1] 王波学习小组利用同一块木板，测量了小车从不同高度沿斜放的木板从顶部下滑到底部所用的时间，得到如下数据：

表 1

支撑物高度/cm	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
小车下滑时间/s	4.23	3.00	2.45	2.13	1.89	1.71	1.59	1.50	1.41	1.35

(1) 支撑物高度为 70 cm 时，小车下滑时间是多少？

(2) 如果用 h 表示支撑物高度， t 表示小车下滑时间，随着 h 逐渐变大， t 的变化趋势是什么？

(3) h 每增加 10 cm， t 的变化情况相同吗？

(4) 估计当 $h = 110$ cm 时， t 的值是多少。你是怎样估计的？

(5) 随着支撑物高度 h 的变化，还有哪些量发生变化？哪些量始终不发生变化？

议一议

我国从 1949 年到 2009 年的人口统计数据如下（精确到 0.01 亿）：

表 2

时间/年	1949	1959	1969	1979	1989	1999	2009
人口/亿	5.42	6.72	8.07	9.75	11.07	12.59	13.35

(1) 如果用 x 表示时间, y 表示我国人口总数, 那么随着 x 的变化, y 的变化趋势是什么?

(2) 从 1949 年起, 时间每向后推移 10 年, 我国人口是怎样变化的?

在表 1 中, 支撑物高度 h 和小车下滑时间 t 都在变化, 它们都是变量 (variable). 其中 t 随 h 的变化而变化, h 是自变量 (independent variable), t 是因变量 (dependent variable).^[1]

在这一变化过程中, 小车下滑的距离 (木板长度) 一直没有变化. 像这种在变化过程中数值始终不变的量叫做常量 (constant).

在表 2 中, 我国人口总数 y 随时间 x 的变化而变化, x 是自变量, y 是因变量.

借助表格, 我们可以表示因变量随自变量的变化而变化的情况.

随堂练习

- 生活中有哪些例子反映了变量之间的关系? 与同伴进行交流.
- 研究表明, 当钾肥和磷肥的施用量一定时, 土豆的产量与氮肥的施用量有如下关系:

氮肥施用量/(千克/公顷)	0	34	67	101	135	202	259	336	404	471
土豆产量/(吨/公顷)	15.18	21.36	25.72	32.29	34.03	39.45	43.15	43.46	40.83	30.75

- 上表反映了哪两个变量之间的关系? 哪个是自变量? 哪个是因变量?
- 当氮肥的施用量是 101 千克/公顷时, 土豆的产量是多少? 如果不施氮肥呢?

随堂练习

1. 尽可能地启发学生发现生活中反映变量之间关系的例子, 并进行充分的交流. 学生可以举出很多的实例, 如气温随时间的变化、脉搏随运动强度的变化、作物的高度随生长时间的变化等. 教师要注意引导学生指明变量之间的相依关系.

2. 目的是使学生进一步理解变量之间的关系, 发展他们通过数据分析进行预测和解决问题的能力.

(1) 氮肥施用量和土豆产量之间的关系; 氮肥施用量是自变量, 土豆产量是因变量;

(2) 32.29 吨/公顷, 15.18 吨/公顷;

(3) 学生的答案只要合理即可. 例如, 可以回答氮肥施用量为 336 吨/公顷时比较适宜, 因为此时土豆的产量最高; 还可以回答氮肥施用量为 259 吨/公顷时比较适宜, 因为此时土豆的产量与氮肥施用量为 336 吨/公顷时差不多, 而又可以节约肥料.

(4) 这里主要关注的是对变化过程的大致刻画, 学生的答案只要合理, 都应给予鼓励.

议一议

教科书又提供了对人口统计数据表的讨论活动, 目的是使学生进一步体会变量之间的关系, 学习如何从表格中获取信息, 发展他们通过数据分析进行预测的能力.

(1) 随着 x 的增加, y 也增加;

(2) 这里主要关注的是对变化过程的大致刻画, 学生的答案只要合理都应鼓励. 例如学生可以回答: 从 1949 年起, 时间每向后推移 10 年, 我国人口增加 1.5 亿左右. 但最后 10 年的增加量大约只有 0.76 亿.

^[1] 在上面两个活动的基础上, 结合具体情境给出了变量等的描述性说明. 对这些概念, 要注意结合实际情境进行理解, 不要求形式化的定义.

教师可以让学生体会“此时字母表示的是变量”, 进一步发展学生对“字母表示”的理解.



- (3) 根据表格中的数据, 你认为氮肥的施用量是多少时比较适宜? 说说你的理由;
(4) 粗略说一说氮肥的施用量对土豆产量的影响.

习题 9.1

1. 表格见本页下方.

这里主要关注的是对变化过程的大致刻画, 学生的答案只要合理, 都应给予鼓励. 例如, 学生可以回答: 世界人口增加 10 亿所需要的时间越来越短, 第一个 230 年中人口只增加了 5 亿, 以后每增加 10 亿所需要的时间分别是 100 年, 30 年, 14 年, 13 年, 12 年, 12 年.

2. (1) 年龄和体重都在发生变化; 年龄是自变量, 体重是因变量.

(2) 表格见本页下方.

(3) 这里主要关注的是对变化过程的大致刻画, 学生的答案只要合理, 都应给予鼓励. 例如, 学生可以回答: 从出生到 10 周岁之间, 随着年龄的增长, 儿童的体重在增加. 对于感兴趣的学生, 可以鼓励他们进一步发现二者之间的数量关系.

3. 鼓励学生发现生活中反映变量之间关系的例子, 并用自己的语言进行粗略描述. 教师可以组织全班交流.

时间/年	1600	1830	1930	1960	1974	1987	1999	2011
人口/亿	5	10	20	30	40	50	60	70

年龄	刚出生	6 个月	1 周岁	2 周岁	6 周岁	10 周岁
体重/kg	3.5	7.0	10.5	14.0	21.0	31.5

4. (1) 随着老花镜度数的逐渐增大, 镜片与光斑的距离逐渐减小, 二者之间的大致关系是:

$$D = \frac{1}{f} \times 100.$$

(2) 大约 140 度到 150 度. 学生可能得到一个近似值, 只要能说出计算的理由即可. 教师要引导学生会用数学的眼光观察生活, 感受生活中变量之间关系应用之广泛.

习题 9.1

知识技能

1. 据世界人口组织公布, 地球上的人口 1600 年为 5 亿, 1830 年为 10 亿, 1930 年为 20 亿, 1960 年为 30 亿, 1974 年为 40 亿, 1987 年为 50 亿, 1999 年为 60 亿, 而到 2011 年地球上的人口达到了 70 亿. 用表格表示上面的数据, 并说一说世界人口是怎样随时间推移而变化的.
2. 婴儿在 6 个月、1 周岁、2 周岁时体重分别大约是出生时的 2 倍、3 倍、4 倍, 6 周岁、10 周岁时体重分别约是 1 周岁时的 2 倍、3 倍.
(1) 上述的哪些量在发生变化? 自变量和因变量各是什么?
(2) 某婴儿在出生时的体重是 3.5 kg, 请把他在发育过程中的体重情况填入下表:

年龄	刚出生	6 个月	1 周岁	2 周岁	6 周岁	10 周岁
体重/kg						

- (3) 根据表格中的数据, 说一说儿童从出生到 10 周岁之间体重是怎样随年龄增长而变化的.

数学理解

3. 举出生活中包含变量的例子, 分析变量之间的关系, 并与同伴进行交流. 如分析烧水过程中水的温度随时间变化的情况.

问题解决

4. 小明在课余时间找了几副度数不同的老花镜, 让镜片正对着太阳光, 并上下移动镜片, 直到地上的光斑最小. 此时他测量了镜片与光斑的距离, 得到如下数据:

老花镜的度数 D /度	100	120	200	250	300
镜片与光斑的距离 f /m	1	0.8	0.5	0.4	0.3

(1) 观察表中的数据,你发现了什么?

(2) 如果按上述方法测得一副老花镜的镜片与光斑的距离为 0.7 m, 那么你估计这副老花镜的度数是多少.

5. 在高海拔(1 500~3 500 m 为高海拔, 3 500~5 500 m 为超高海拔, 5 500 m 以上为极高海拔)地区的人有缺氧的感觉, 下面是有关海拔与空气含氧量之间的一组数据:

海拔/m	0	1 000	2 000	3 000	4 000	5 000	6 000	7 000	8 000
空气含氧量 / (g/m^3)	299.3	265.5	234.8	209.63	182.08	159.71	141.69	123.16	105.97

(1) 上表反映了哪两个变量之间的关系? 哪个是自变量? 哪个是因变量?

(2) 在海拔 0 m 的地方空气含氧量是多少? 在海拔 4 000 m 的地方空气含氧量是多少?

(3) 你估计一下在海拔 5 500 m 的地方空气含氧量是多少.

2 用表达式表示变量之间的关系

如图 9-1, 三角形一底边上的高是 6 cm. 当三角形该底边的长短发生变化时, 三角形的面积发生了变化. [1]

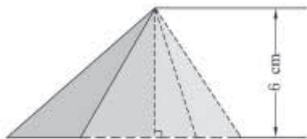


图 9-1

(1) 在这个变化过程中, 自变量、因变量各是什么?

(2) 如果三角形的底边长为 x (cm), 那么三角形的面积 y (cm^2) 可以表示为_____.

系, 是对用表达式表示变量关系的初步经历, 教学中不应忽视对此问题的讨论, 应让学生独立想象整个的变化过程. 教师还可以向学生演示这一变化过程或鼓励学生进行实践, 获得对变量关系的直观体验. 对于感兴趣的学生, 教师可以鼓励他们进一步探索这个变化过程中的数量关系: 当高一定的时候, 三角形的面积是底边的正比例函数. 学生可以利用学过的知识, 体会当边长减少相同的数量时, 面积减少的数量也相同. 教学中, 建议同时关注学生的对图形变化的想象力.

(1) 自变量是三角形的底边长, 因变量是三角形的面积;

(2) $y = 3x$;

(3) 本题的目的是使学生初步体会自变量和因变量的数值对应关系. 答案为: 三角形面积从 36 cm^2 变到 9 cm^2 .

5. (1) 海拔高度与空气含氧量之间的关系. 海拔高度是自变量, 空气含氧量是因变量;

(2) $299.3 \text{ g}/\text{m}^3$,

$182.08 \text{ g}/\text{m}^3$;

(3) $150 \text{ g}/\text{m}^3$ 左右.

教学目标

1. 经历探索某些图形中变量之间关系的过程, 进一步体验一个变量的变化对另一个变量的影响, 发展符号感.

2. 能根据具体情况, 用表达式表示某些变量之间的关系, 初步感受模型思想.

3. 能根据关系式求值, 初步体会自变量和因变量的数值对应关系.

[1] 在学生已经学会计算三角形面积的基础上, 教科书讨论了由底边长的变化引起的三角形面积的变化, 目的是使学生进一步体会变量之间的关系.

[1] “机器图”直观地表示了自变量和因变量的数值对应关系，即“输入”一个 x 的值就可以“输出”一个 y 值，隐含了函数的思想。

做一做

通过探索几何体中底面半径和体积的关系，使学生进一步体会变量之间的对应关系。

(1) 自变量是圆锥的底面半径，因变量是圆锥的体积。

$$(2) V = \frac{4}{3} \pi r^2;$$

$$(3) \frac{4}{3} \pi, \frac{400}{3} \pi.$$

议一议

本栏目设计意图是发展学生数学表示的能力，如用字母表示、把语言表示转化为表达式等。同时也有关注发展学生社会责任感方面的目的。

这个问题本身并不难，但由于是实际问题，涉及的数量单位比较多，可能学生不熟悉。教学中需注意引导。

(1) 由学生自己选用字母进行表示，耗电量；

(2) 0.785 kg, 0.785 kg, 78.5 kg;

(3) 297.2 kg.

(3) 当底边长从 12 cm 变化到 3 cm 时，三角形的面积从 _____ cm^2 变化到 _____ cm^2 。

$y=3x$ 表示了图 9-1 中三角形底边长 x 和面积 y 之间的关系，它是变量 y 随 x 变化的表达式。

表达式是我们表示变量之间关系的另一种方法。利用表达式，如 $y=3x$ ，我们可以根据任何一个自变量的值求出相应的因变量的值。 [1]

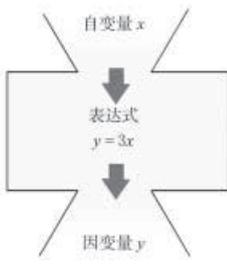


图 9-2

做一做

如图 9-3，圆锥的高是 4 cm，当圆锥的底面半径由小到大变化时，圆锥的体积也随之发生了变化。

(1) 在这个变化过程中，自变量、因变量各是什么？

(2) 如果圆锥的底面半径为 r (cm)，那么圆锥的体积 V (cm^3) 与 r 的表达式为 _____。

(3) 当底面半径由 1 cm 变化到 10 cm 时，圆锥的体积由 _____ cm^3 变化到 _____ cm^3 。

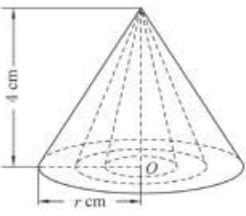


图 9-3

议一议

你知道什么是“低碳生活”吗？“低碳生活”是指人们生活中尽量减少所耗能量，从而降低碳特别是二氧化碳的排放量的一种生活方式。

排碳计算公式

家用用电的二氧化碳排放量 (kg)
= 耗电量 (kW·h) × 0.785

开私家车的二氧化碳排放量 (kg)
= 油耗升数 (L) × 2.7

家用天然气二氧化碳排放量 (kg)
= 天然气使用立方米数 (m³) × 0.19

家用自来水二氧化碳排放量 (kg)
= 自来水使用吨数 (t) × 0.91

(1) 家居用电的二氧化碳排放量可以用表达式表示为_____，其中的字母表示_____。

(2) 在上述表达式中，耗电量每增加 $1 \text{ kW}\cdot\text{h}$ ，二氧化碳排放量增加_____ kg。当耗电量从 $1 \text{ kW}\cdot\text{h}$ 增加到 $100 \text{ kW}\cdot\text{h}$ ，二氧化碳排放量从_____ kg 增加到_____ kg。

(3) 小明家本月用电大约 $110 \text{ kW}\cdot\text{h}$ 、天然气 20 m^3 、自来水 5 t 、油 75 L ，请你计算一下小明家这几项的二氧化碳排放量。

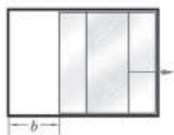
随堂练习

1. 如图，一个长方形推拉窗，窗高 1.2 m ，当活动窗扇沿图中所示的方向移动时，随着窗扇拉开长度 $b \text{ (m)}$ 的变化，窗户的通风面积 $A \text{ (m}^2\text{)}$ 也发生了变化。

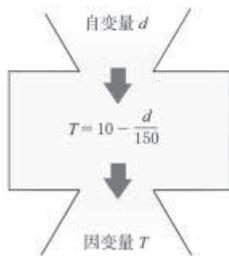
(1) 在这个变化过程中，自变量、因变量各是什么？

(2) 写出通风面积 A 与拉开长度 b 之间的表达式；

(3) 当拉开长度 b 从 0.2 m 变化到 0.4 m 时，通风面积 A 从_____ m^2 变化到_____ m^2 。



(第1题)



(第2题)

2. 在地球某地，温度 $T \text{ (}^\circ\text{C)}$ 与高度 $d \text{ (m)}$ 的关系可以近似地用表达式 $T = 10 - \frac{d}{150}$ 米表示。根据这个表达式，当 d 的值分别是 $0, 200, 400, 600, 800, 1000$ 时，计算相应的 T 值，并用表格表示所得结果。

3. 仿照“议一议”中的(2)，你能说一说家用自来水二氧化碳排放量随自来水使用吨数的变化而变化的情况吗？

随堂练习

1. (1) 自变量是窗扇拉开长度，因变量是通风面积；

(2) $A = 1.2b$ ；

(3) $0.24, 0.48$ 。

2. 本题的目的是使学生进一步认识现实生活中存在的变量之间的关系，体会自变量和因变量之间的数值对应关系。在解决问题的过程中，学生可以使用计算器，并保留两位小数。

高度 d/m	温度 $T/^\circ\text{C}$
0	10.00
200	8.67
400	7.33
600	6.00
800	4.67
1000	3.33

3. 自来水使用量每增加 1 t ，二氧化碳排放量增加 0.91 kg ，当自来水使用吨数从 1 t 增加到 100 t 时，二氧化碳排放量从 0.91 kg 增加到 91 kg 。

读一读

使学生体会到变量与变量之间的相依关系在生活中是广泛存在的。在这个问题中，随着地球内部深度的增加，温度发生了变化。

读一读

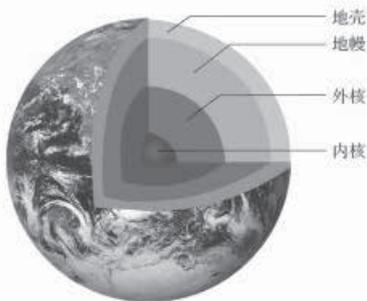
地球内部的温度

地球的内部是由不同状态、不同物质的圈层所构成的，由外向内分别是地壳、地幔和地核。你知道地球内部的温度有多高吗？

地壳的厚度约为 8 km 至 40 km。在地表以下不太深的地方，温度可按 $y = 35x + t$ 计算，其中 x (km) 是深度， t (°C) 是地球表面温度， y (°C) 是所达深度的温度。

地幔的厚度约为 2 900 km，温度约为 900 °C 至 2 200 °C。

地核分为外核和内核两部分，外核的厚度约为 2 300 km，温度约为 2 200 °C 至 5 000 °C；内核的厚度约为 1 300 km，温度约为 5 000 °C。哇！那该有多热啊！然而奇怪的是，在地核的外核部分，物质处于一种熔融状态，但是在地核的内核部分，物质反而呈固态。



习题 9.2

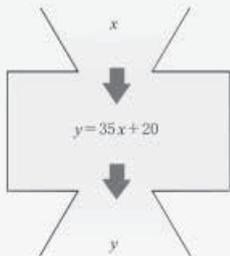
1.

x	y
2	90
3	125
5	195
7	265
10	370
13	475

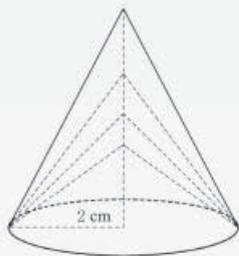
习题 9.2

知识技能

1. 在地球某地，地表以下岩层的温度 y (°C) 与所处深度 x (km) 之间的关系可以近似地用表达式 $y = 35x + 20$ 来表示。当 x 的值分别是 2, 3, 5, 7, 10, 13 时，计算相应的 y 值。



(第1题)



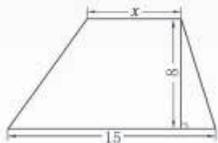
(第2题)

2. 如图, 圆锥的底面半径是 2 cm, 当圆锥的高由小到大变化时, 圆锥的体积也随之发生了变化.

- (1) 在这个变化过程中, 自变量、因变量各是什么?
- (2) 如果圆锥的高为 h (cm), 圆锥的体积 V (cm^3) 与 h 的表达式为 _____;
- (3) 当高由 1 cm 变化到 10 cm 时, 圆锥的体积由 _____ cm^3 变化到 _____ cm^3 .

数学理解

3. 如图所示, 梯形上底的长是 x , 下底的长是 15, 高是 8.



(第3题)

- (1) 梯形面积 y 与上底长 x 之间的表达式是什么?
- (2) 用表格表示当 x 从 4 变到 14 时 (每次增加 1), y 的相应值;
- (3) 当 x 每增加 1 时, y 如何变化? 说说你的理由.

问题解决

4. 具体计算一下你家本月的二氧化碳排放量, 并与小明家相应的项目进行比较, 谁家的生活更“低碳”些?

2. (1) 自变量是圆锥的高, 因变量是圆锥的体积.

$$(2) V = \frac{4}{3} \pi h;$$

$$(3) \frac{4}{3} \pi, \frac{40}{3} \pi.$$

3. (1) $y = 4x + 60$;

(2) 见下表.

(3) x 每增加 1 时, y 增加 4. 学生可以从表格中得到这个规律. 对于有兴趣的学生, 教师可以鼓励他们根据表达式加以验证, 即 $4(x+1) + 60 - (4x + 60) = 4$.

(4) $x = 0$ 时, $y = 60$, 此时它表示的是三角形的面积.

4. 答案不唯一, 略.

3. (2)

x	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
y	76	80	84	88	92	96	100	104	108	112	116

教学目标

1. 经历从图象中分析变量之间关系的过程，进一步体会变量之间的关系。

2. 结合具体情境理解图象上的点所表示的意义。

3. 能从图象中获取变量之间关系的信息，感受几何直观的作用，并能用语言进行描述。

[1] 从学生熟悉的情境出发，通过图象直观地表示变量之间的关系。教师应鼓励学生根据生活经验，发现这个问题反映的是哪两个变量之间的关系；自己从图象中获取时间和温度之间关系的信息，并与同伴进行交流。

由于本节课的重点是使学生获得对图象反映变量之间关系的体验，不引入直角坐标系和点的坐标等概念，因此所讨论的点均落在方格纸的结点上。

(1) 27°C ， 31°C ；

(2) 37°C ，15时， 23°C ，

3时；

(3) 14°C ，12时；

(4) 3时到15时温度在上升，0时到3时、15时到24时温度在下降；

(5) A 点表示的是21时的温度为 31°C ， B 点表示的是0时的温度为 26°C ；

(6) 大约是 24°C 。学生的预测可以是一个大致的范围，不需要准确，也无法准确。根据的是图象的变化趋势和前一天凌晨时的温度情况。

[2] 在上面讨论的基础上，运用描述性语言引入图象及其特点。教师可以借助上述问题使学生体会图象的直观性。作出函数的图象是将公式和数据转化为几何形式的过程。因此，作图是“看见”相应的公式和函数、观察该函数变化的途径之一。当有必要说明一个函数的整体情况及其特性时，函数的图象以其直观性有着别的工具不能替代的作用。

3 用图象表示变量之间的关系

气温的变化是人们经常关心的话题。请你根据图9-4，与同伴讨论某地某天气气温变化的情况。[1]

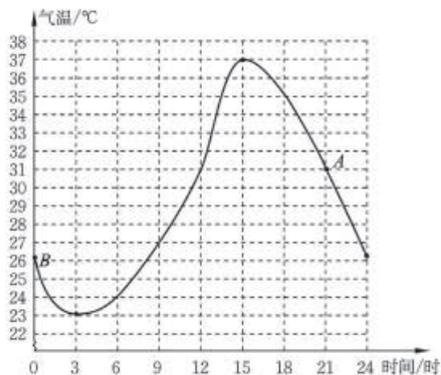


图9-4

- (1) 这一天9时的气温是多少？12时呢？
- (2) 这一天的最高气温是多少？是在几时达到的？最低气温呢？
- (3) 这一天的温差是多少？从最低气温到最高气温经过了多长时间？
- (4) 在什么时间范围内气温在上升？在什么时间范围内气温在下降？
- (5) 图中的 A 点表示的是什么？ B 点呢？
- (6) 你能预测次日凌晨1时的气温吗？说说你的理由。

图9-4表示了气温随时间的变化而变化的情况，它是气温与时间之间关系的图象。图象是表示变量之间关系的又一种方法，它的特点是非常直观。[2]

在用图象表示变量之间的关系时，通常用水平方向的数轴（称为横轴）上的点表示自变量，用竖直方向的数轴（称为纵轴）上的点表示因变量。

议一议

骆驼被称为“沙漠之舟”，它的体温随时间的变化而发生较大的变化（如图9-5）。

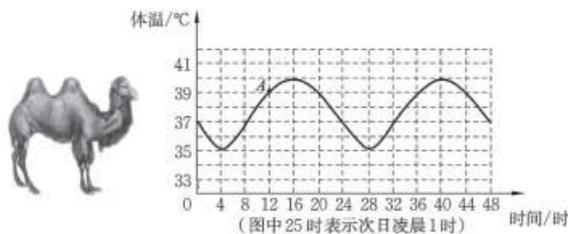


图9-5

(1) 一天中，骆驼体温的变化范围是什么？它的体温从最低上升到最高需要多长时间？

(2) 从16时到24时，骆驼的体温下降了多少？

(3) 在什么时间范围内骆驼的体温在上升？在什么时间范围内骆驼的体温在下降？

(4) 你能看出第二天8时骆驼的体温与第一天8时有什么关系吗？其他时刻呢？

(5) A 点表示的是什么？还有几时的温度与 A 点所表示的温度相同？

随堂练习

海水受日月的引力而产生潮汐现象，早晨海水上涨叫做潮，黄昏海水上涨叫做汐，合称潮汐。潮汐与人类的生活有着密切的联系，下图是某港口从0时到12时的水深情况。

(1) 大约什么时刻港口的水最深？深度约是多少？

(2) 大约什么时刻港口的水最浅？深度约是多少？

(3) 在什么时间范围内，港口水深在增加？

(4) 在什么时间范围内，港口水深在减少？

(5) A 、 B 两点分别表示的是什么？还有几时水的深度与 A 点所表示的深度相同？

(6) 说一说这个港口从0时到12时的水深是怎样变化的。

的水深为5 m， B 点表示中午12时港口的水深为4.3 m，0时水的深度与 A 点所表示的深度相同；

(6) 这里主要关注的是对变化过程的大致刻画，学生的答案只要合理都应鼓励。例如学生可以回答：凌晨0时到3时水深在增加；凌晨3时到上午9时水深在降低；上午9时到12时水深又开始增加。

议一议

通过对骆驼体温变化这一有趣问题的讨论，学生进一步学习根据图象大致分析变量之间的关系。

(1) 35°C 到 40°C ，12时；

(2) 3°C ；

(3) 每天4时到16时体温在上升，0时到4时、16时到24时体温在下降；

(4) 相同。引导学生从图象中直观感受周期性即可。

(5) A 点表示的是12时的温度，20时的温度及次日12时和20时的温度与 A 点所表示的温度相同。

随堂练习

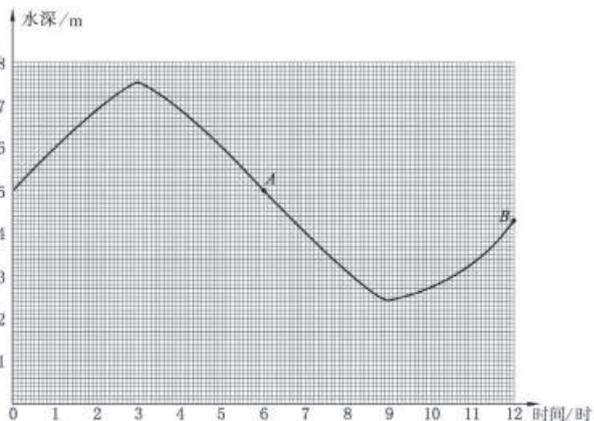
1. (1) 凌晨3时，水深7.5 m；

(2) 上午9时，水深2.4 m；

(3) 凌晨0时到3时，上午9时到12时；

(4) 凌晨3时到上午9时；

(5) A 点表示上午6时港口



读一读

反映了生活中变量之间相互依赖关系是广泛存在的，其实人的身高、血压、记忆力等在一天内也随时间而变化。对于感兴趣的学生，教师可以鼓励他们自己去收集数据并进行讨论。

读一读

人的体温的变化

我们知道，人的正常体温在 $36.5\text{ }^{\circ}\text{C}$ 左右，这只是一个很粗略的说法。

实际上人的体温也是随时间变化而变化。一天之中，在凌晨 2 时到上午 6 时之间，人的体温最低；在下午 5 时到晚上 8 时之间，人的体温最高。在正常情况下，人体温度变化的幅度大约是 $0.6\text{ }^{\circ}\text{C}$ 。如果变化幅度超过 $1\text{ }^{\circ}\text{C}$ ，那可就要被怀疑生病了。

另外，人的体温还因性别不同而存在一些差异，女性比男性的体温要稍微高一些。读一读下面的图，它可以帮助你更好地了解人体正常体温的变化情况。

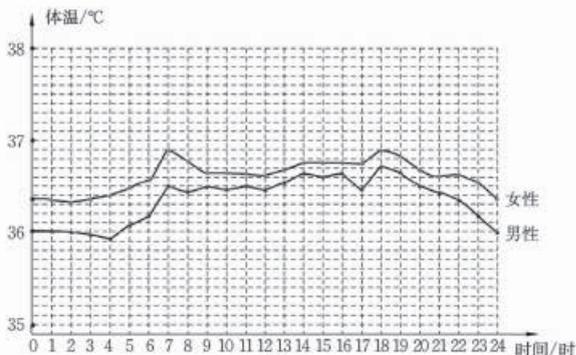
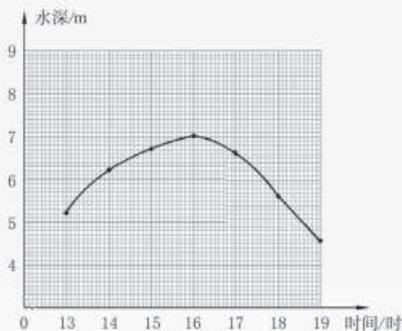


图 9-6

习题 9.3

知识技能

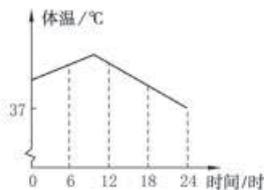
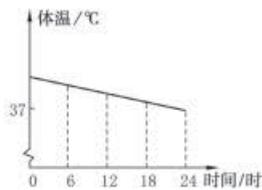
1. 下图表示了某港口某日从 13 时到 19 时水深变化的情况:



- (1) 给图中的各点标注字母, 并与同伴讨论每个点分别表示什么;
- (2) 这个港口从 13 时到 19 时水深是怎样变化的?
- (3) 为保证安全, 港口规定只有当船底与港口水底间距离不少于 2 m 时货轮才能进出港口. 一艘货轮载货后吃水深 4 m (即船底与水面距离), 请你确定货轮可以进港的大致时间范围.

数学理解

2. 小亮今天发烧了. 早晨他烧得很厉害, 吃过药后感觉好多了, 中午时他的体温基本正常. 下午他的体温又开始上升, 直到夜里他才感觉身上不那么发烫了. 下面哪一幅图能较好地刻画出小亮今天体温的变化情况?



习题 9.3

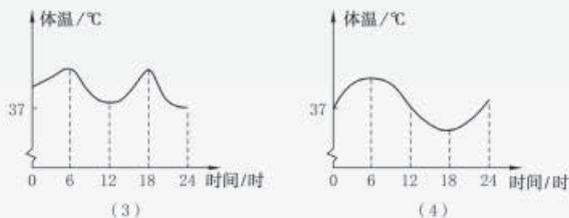
1. (1)

时间/时	13	14	15	16	17	18	19
水深/m	5.2	6.2	6.7	7.0	6.6	5.6	4.5

(2) 这里主要关注的是对变化过程的大致刻画, 学生的答案只要合理, 都应给予鼓励.

(3) 大约 13 时 40 分到 17 时 40 分.

2. 正确答案是 (3).

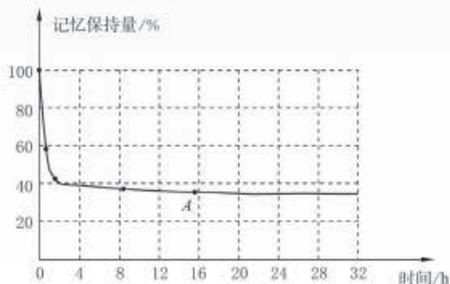


(第2题)

问题 解决

3. (1) 大约保持了40%；
- (2) 点A表示15时后记忆量保持了36%，大约在刚刚记忆的1小时内遗忘得最快；
- (3) 如果不复习，记忆只能保持35%左右。

3. 人的大脑所能记忆的内容是有限的，随着时间的推移，记忆的东西会逐渐被遗忘。德国心理学家艾宾浩斯（Hermann Ebbinghaus, 1850—1909）第一个发现了记忆遗忘规律。他根据自己得到的测试数据描绘了一条曲线（如图），这就是非常有名的艾宾浩斯遗忘曲线。其中横轴表示时间，纵轴表示学习中的记忆保持量。观察图象并回答下列问题：



(第3题)

- (1) 2 h后，记忆大约保持了多少？
- (2) 图中A点表示的是什么？在哪个时间段内遗忘的速度最快？
- (3) 有研究表明，如及时复习，一天后记忆能保持98%。根据遗忘曲线，如不复习，结果又怎样？由此，你有什么感受？

汽车上通常都有一个时速表用来指示汽车当时的速度。你知道现在汽车的速度是多少吗？^[1]

^[1] 图象表示以其直观性有着其他表示方式所不能替代的作用。因此，本节课特别又对图象所表示的变量之间的关系进行了讨论，让学生用语言描述图象所表示的变化过程，加强他们对图象表示的理解，发展从图象中获得信息的能力及有条理地进行语言表达的能力。

此时，时速表上的显示是 50 km/h。

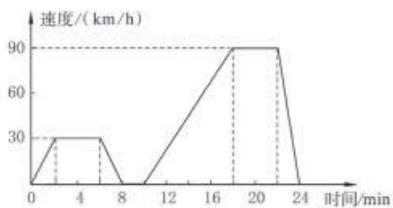


图 9-7

[1] 汽车在行驶的过程中，速度往往是变化的。图 9-7 表示一辆汽车的速度随时间变化而变化的情况。

- (1) 汽车从出发到最后停止共经过了多长时间？它的最高时速是多少？
- (2) 汽车在哪些时间段保持匀速行驶？时速分别是多少？
- (3) 出发后 8 min 到 10 min 之间可能发生了什么情况？
- (4) 用自己的语言大致描述这辆汽车的行驶情况。

例 1 小明从家步行去小亮家，聊了一段时间后回家。小明和家的距离与他离开家以后的时间之间的关系如图 9-8 所示，根据图象回答下列问题：

- (1) 小明用了多长时间步行到小亮家？小明家距小亮家多远？
- (2) 小明在小亮家停留了多长时间？回家用了多长时间？
- (3) 小明去小亮家和由小亮家回家的步行速度各是多少？

解：从图 9-8 中可以看出：

(1) 小明步行到小亮家用了 20 min，小明家距小亮家 900 m；

(2) 小明在小亮家停留了 20 min，回家用了 15 min；

(3) 小明去小亮家的步行速度为 $\frac{900}{20} = 45$ (m/min)；回家的速度为 $\frac{900}{15} = 60$ (m/min)。

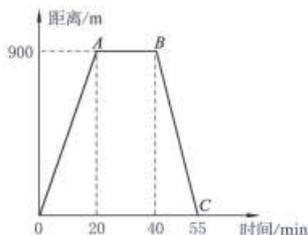


图 9-8

- (4) 这里主要关注的是对变化过程的大致刻画，学生的答案只要合理都应鼓励。

例 1 这里设计的是路程随时间变化的情况，意在让学生通过学习本例与图 9-7 的比较发现，对于不同变量之间，图形中的“水平线”“上升的线”“下降的线”代表的意义是不一样的。

[1] 图 9-7 反映了速度随时间变化的情况，学生有时会将这个图误认为是汽车真实的行驶轨迹，此时教师应提醒学生注意横、纵轴所代表的变量分别是什么。学生通过认真观察和讨论，可以看出“水平线”代表的是汽车匀速行驶或静止，“上升的线”代表的是汽车的速度在增加，“下降的线”代表的是汽车的速度在减少，至于增加或减少的具体数量不要求学生讨论。如果学生还是存在困难的话，教师可以从一些简单的图开始讨论。

(1) 汽车从出发到最后停止共经过了 24 min，汽车的最高时速是 90 km/h；

(2) 大约在 2 min 到 6 min，18 min 到 22 min 之间汽车匀速行驶，速度分别是 30 km/h 和 90 km/h；

(3) 此时汽车处于静止状态，可能是遇到红灯等情况，学生的回答只要合理，都应给予鼓励；

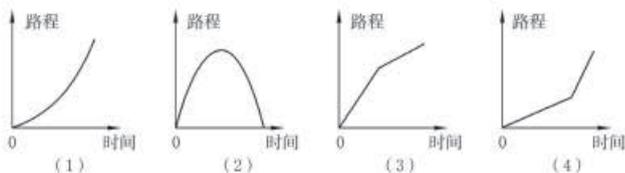
随堂练习

1. 可以用 (3) 表示小丽的行程, 用 (4) 表示小明的行程.
2. 正确答案是 (2).

学生在回答问题时, 可能会将图象误认为汽车真实的行驶轨迹, 此时教师应提醒学生注意横轴、纵轴所代表的变量分别是什么. 有的学生可能运用排除法获得答案, 教师应进一步鼓励他们说明每一个图象大致反映了什么样的变化过程, 以及最终答案的合理性.

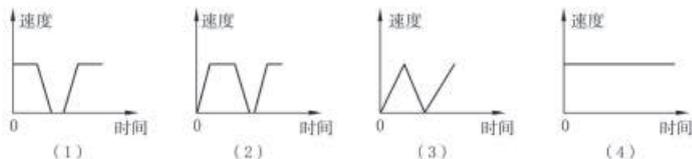
随堂练习

1. 小颖和她的邻居小明离开家步行去学校. 小颖觉得可能要晚了, 所以她一开始就跑, 跑累了便走着去; 小明开始走着, 当他快到学校时跑了起来. 下面四幅图中, 用横轴表示时间, 纵轴表示他们从家开始行走的路程, 哪一幅图大致刻画了小颖所走的路程与时间的关系? 哪一幅图大致刻画了小明所走的路程与时间的关系? 与同伴进行交流.



(第1题)

2. 一辆公共汽车从车站开出, 加速行驶一段后开始匀速行驶. 过了一段时间, 汽车到达下一个车站. 乘客上、下车后汽车开始加速, 一段时间后又匀速行驶. 下面的哪幅图可以近似地刻画出汽车在这段时间内速度随时间的变化情况?



(第2题)

习题 9.4

知识技能

1. 根据图 9-7 填写下面的表格:

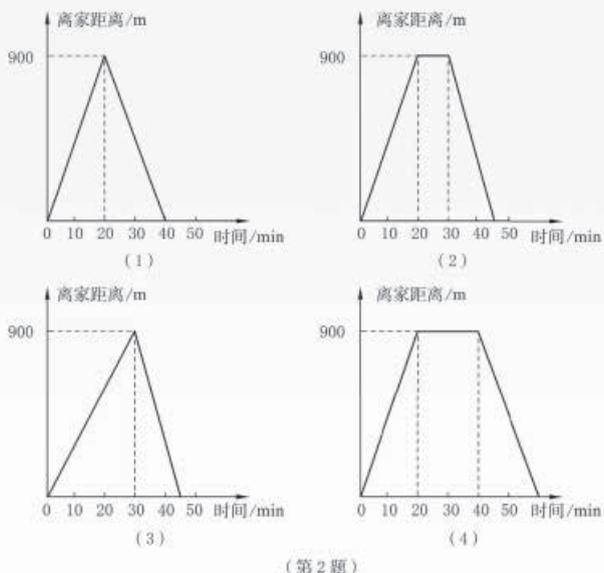
时间/min	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
速度/(km/h)													

习题 9.4

1. 答案只要近似即可. 如

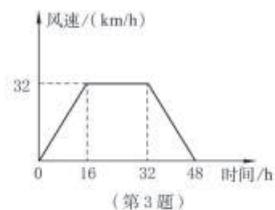
时间/min	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
速度/km/h	0	30	30	30	0	0	20	45	70	90	90	90	0

2. 小明的父母饭后出去散步, 从家走了 20 min 到一个离家 900 m 的报亭, 母亲随即按原路原速返回. 父亲在报亭看了 10 min 报纸后, 用 15 min 返回家. 下面四幅图中哪一个表示父亲离家的距离与时间之间的关系? 哪一个表示母亲离家的距离与时间之间的关系?



数学理解

3. 某气象监测中心观测到一场沙尘暴从发生到结束的全过程, 他们把风速随时间的变化情况用下图表示出来. 观察图象, 你能得到哪些信息?



2. 用 (2) 表示父亲离家距离与时间之间的关系.

用 (1) 表示母亲离家距离与时间之间的关系.

3. 这里主要关注的是对变化过程的大致刻画, 学生的答案只要合理, 都应给予鼓励. 例如, 学生可能回答: 沙尘暴一开始风速逐渐加大, 然后风速保持在 32 km/h 达 16 小时, 之后风速开始下降, 并最后消失.

本节课在学生已熟悉图象表示的基础上，讨论了通过图象反映通信公司两种不同的收费方式的问题。教学时不必急于将问题串中的问题提出，可以鼓励学生自己通过图象去讨论不同情况时的不同选择方案。

- (1) 是，20元，不需要。
(2) 都是40元。

想一想

这里的关键在于抓住通话时间的多少，当通话时间大于100分时，会从图象上看出选用乙套餐合适，而当通话时间小于100分时，选择甲套餐合适。

议一议

将变量间三种表示方法，通过一个行程问题同时提了出来。因为要分几种情况进行讨论，所以此问题对学生的语言表达能力要求较高，教师可以通过学生的交流，将几种可能的情况完整地找出来。

(1) 汽车和摩托车均可， $\frac{30}{60} = \frac{1}{2}$ (h)， $\frac{30}{30} = 1$ (h)。

(2) ① $s = 30 - 60t$ (汽车)；② $s = 30 - 30t$ (摩托车)。

(3)

时间/min	10	20	30	40	50	60
汽车距离B城的距离/km	20	10	0	/	/	/
摩托车距离B城的距离/km	25	20	15	10	5	0

(4) 骑摩托车的图象是D；开汽车的图象是E。

某通信公司新开发甲、乙两种手机话费套餐，其每月通话费用与通话时间之间的关系如图9-9所示。

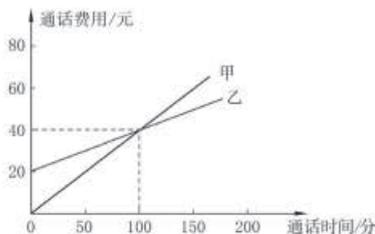


图9-9

根据图中提供的信息，回答下列问题：

- (1) 选择乙套餐，如果没有通话，是否也要缴费？缴多少费用？选择甲套餐呢？
(2) 当一个月恰好通话100分时，两种套餐的费用分别是多少？

想一想

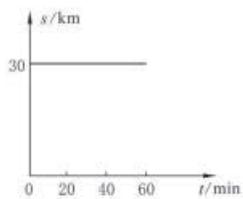
结合图9-9，在选择套餐上你还有什么好的建议？与同伴交流。

议一议

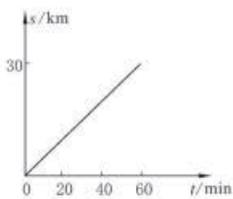
某人从A城出发，前往距离A城30km的B城，现在有三种车供他选择：

- ① 自行车，其速度为15 km/h；
② 摩托车，其速度为30 km/h；
③ 汽车，其速度为60 km/h。

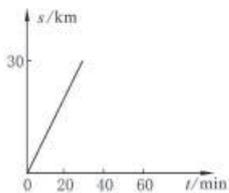
- (1) 用哪些车能使他从A城到达B城的时间不超过1h？
(2) 设此人在行进途中距离B城的路程为s(km)，行进时间为t(h)，就(1)中所选出的方案，试写出s与t之间的表达式。
(3) 根据(2)中提供的表达式，请用表格表示在1h内每隔10min距离B城的路程s与时间t之间的关系。
(4) 在图9-10中，找出符合(2)中关系的图象。



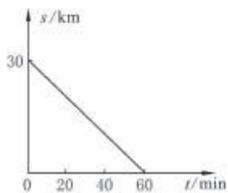
(A)



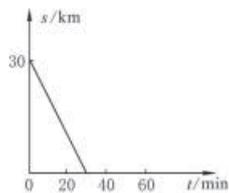
(B)



(C)



(D)



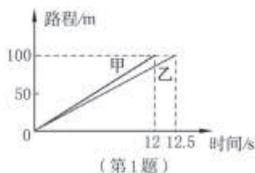
(E)

图 9-10

随堂练习

1. 在一次赛跑中, 甲、乙两名运动员所跑的路程和时间的关系如图所示, 从图中可以知道:

- (1) 这是一次_____m 赛跑;
- (2) 甲、乙两人中先到达终点的是_____;
- (3) 甲、乙两人的速度分别是多少?



(第1题)

2. 下表列出了一项试验的统计数据, 表示皮球从高处落下时, 弹跳高度 b (cm) 与下落高度 d (cm) 的关系:

下落高度 d /cm	50	80	100	150
弹跳高度 b /cm	25	40	50	75

(1) 下面的哪个式子能表示这种关系?

- (A) $b=d^2$ (B) $b=2d$ (C) $b=\frac{d}{2}$ (D) $b=d+25$ (E) $b=d-25$

(2) 当皮球的下落高度为 180 cm 时, 估计其弹跳高度.

随堂练习

1. (1) 100;
- (2) 甲;
- (3) 甲 12 s, 平均 8.33 m/s;
乙 12.5 s, 平均 8 m/s.
2. (1) 利用表格寻找关系式, 除根据它们的对应比例关系外, 代入相关数值, 排除其中的 A, B, D, E, 从而选 C, 也是一个办法.
- (2) 90 cm.

习题9.5

1. (1)

摄氏温度 $x/^{\circ}\text{C}$	华氏温度 $y/^{\circ}\text{F}$
...	...
0	32
10	50
20	68
...	...

(2) A.

2. 图(1)中表示 $l_{\text{甲}}$ 的速度比 $l_{\text{乙}}$ 的速度快.

图(2)中除可以看出 $l_{\text{甲}}$ 的速度比 $l_{\text{乙}}$ 的速度快之外, 还可以看出甲比乙出发晚且比乙早到终点.

3. 6次.

习题 9.5

知识技能

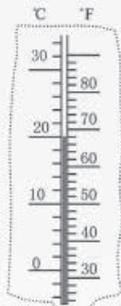
1. 如图是温度计的示意图, 图中左边的刻度表示摄氏温度($^{\circ}\text{C}$), 右边的刻度表示华氏温度($^{\circ}\text{F}$).

(1) 从图中所提供的信息, 完成下表:

摄氏温度 $x/^{\circ}\text{C}$...	0	10		...
华氏温度 $y/^{\circ}\text{F}$...			68	...

(2) 华氏温度 y 与摄氏温度 x 之间的表达式为 ().

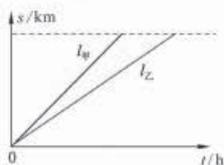
- (A) $y = \frac{9}{5}x + 32$ (B) $y = x + 40$
(C) $y = \frac{5}{9}x + 32$ (D) $y = \frac{9}{5}x + 31$



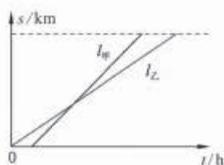
(第1题)

数学理解

2. 如图(1), 线段 $l_{\text{甲}}$ 、 $l_{\text{乙}}$ 分别表示甲、乙两名运动员在自行车比赛中路程 s (km) 与时间 t (h) 的关系, 由此图你能得出什么结论? 如果 $l_{\text{甲}}$ 与 $l_{\text{乙}}$ 变为如图(2)所示的关系, 你又能从图中读出什么信息?



(1)



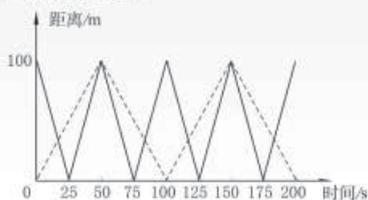
(2)

(第2题)

问题解决

3. 一个游泳池的长为 100 m, 甲、乙两人分别在游泳池相对的两边同时朝对面一边游泳, 甲的速度是 4 m/s, 乙的速度是 2 m/s, 图中的实线和虚线分别为甲、乙

与游泳池一边的距离随游泳时间的变化而变化的图象. 若不计转向的时间, 则从开始时 200 s 内, 他们相遇几次?



(第3题)

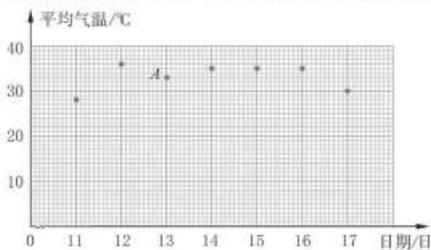
回顾与思考

1. 举出生活中一个变量随另一个变量变化而变化的例子.
2. 我们可以用什么方法表示变量之间的关系? 举例说明.
3. 你能根据各种表示变量之间关系的方法, 对变量之间的关系进行分析, 从而作出预测吗? 举例说明.
4. 查阅有关资料, 举出用表格、表达式和图象表示变量之间关系的例子, 并说一说你得到的有关信息.
5. 用自己的方式梳理本章的知识结构. 你是怎样想的? 与同伴进行交流.

复习题

知识技能

1. 某电视台用下面的图象向观众描绘了一周之内当地日平均气温的变化情况:



(第1题)

表示方式的体验, 要求学生能读懂表格、表达式、图象所表示的信息, 还能运用表格或表达式刻画一些具体情境中变量之间的关系.

3. 用语言表达变量之间的关系, 自始至终是本章的一个重要内容, 学生应能运用自己的语言大致描述表格、表达式和图象所表示的关系.

4. 从常量的世界进入了变量的世界, 开始接触一种新的思维方式.

在进行本章内容的回顾与思考时, 建议注意以下几点:

1. 仍应结合具体情境讨论变量之间的关系, 避免形式化.

2. 本章不要求学生自己用图象法表示变量之间的关系, 用表达式表示也只是表示一些简单的实际问题, 重要的是关注学生能否开始用“变量”的思想思考问题, 并且能够把各种表示之间进行联系(有限制地), 如语言与表达式、表格与图象等.

回顾与思考

设立“回顾与思考”的意图是运用问题的形式帮助学生梳理本章内容, 建立一定的知识体系.

教学时, 可以首先鼓励学生独立思考, 自己回顾所学的内容, 并尝试回答教科书中提出的问题. 在对问题进行回答时, 教师应关注学生运用自己的语言解释解答的过程, 关注学生运用例子说明自己对有关知识的理解, 而不是简单复述书上的结论, 学生的解答只要合理, 教师都应给予肯定. 然后开展小组交流和全班交流, 使学生在反思与交流的过程中逐渐建立知识体系.

本章主要内容包括:

1. 通过丰富的现实情境引入变量和对变量之间关系的讨论, 并通过对变量之间关系的分析解决问题、进行预测.

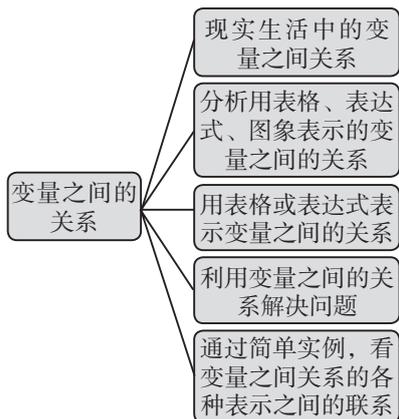
2. 使学生经历探索和表示变量之间关系的过程, 获得对表格、表达式、图象等多种表

3. 在整理本章内容框架时，教师可以首先让学生回忆本章的内容，如提出问题：本章有哪些内容？学过哪些新的概念？学过哪些变量之间的关系？

然后进一步提出问题，如变量之间的关系有哪些表示方法？这些表示方法各有什么特点？等等。

最后可以问：你能画出本章知识结构图吗？由于本章内容不算多，可以先让学生独立构建，再进行小组讨论。在小组交流的基础上，由教师进行点评，并引导整理出本章的内容结构图。

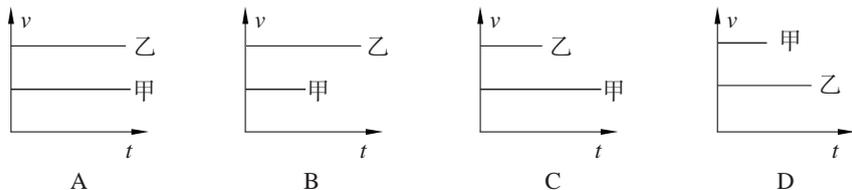
整理本章知识结构框架图的方法不只一种，下面框架图供参考。



回顾与思考讨论题可以选择学生平时学习过程或章检测中的典型问题，也可以有针对性地提出一些需要再次引起注意的问题。以下问题供参考：

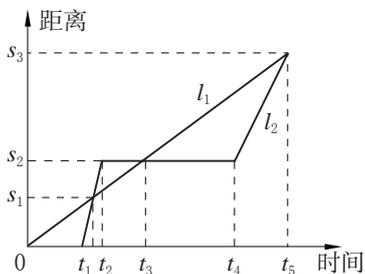
1. 某种理财方式的年纯收益率是 6%，现存入本金 10 000 元，本金与收益之和 y （元）与所存年数 x （年）之间有什么样的关系？你是怎样表示的？5 年后纯收益是多少？（ $y = 10\,000(1 + 6\% \cdot x)$ ，3 000 元）

2. 以下 4 个图是根据实际背景画出的，你能大略说明它们所描述的时间（ t ）、速度（ v ）、路程（ s ）之间的异同吗？与同伴进行交流。



3. 大家都知道“龟兔赛跑”的故事吧，一天小颖给同学们讲了一个她自己编的“龟兔赛跑”的故事，小聪根据小颖讲的故事画出了如图所示的图象，请你根据图象回答问题：

(1) 你认为 l_1 和 l_2 哪一条是描述乌龟的？哪一条是描述小兔的？说说你的理由。



- (2) 这个故事中乌龟和兔子是从同一地点出发的吗? 是同一时间出发的吗?
(3) 乌龟和兔子在比赛途中相遇了几次?
(4) 乌龟和兔子哪一个先到达终点的?
(5) 你能用自己的语言把小颖讲的故事复述出来吗?

答案: (1) l_1, l_2 ; 略;

(2) 是同一地点, 不是同一时间;

(3) 2 次;

(4) 同时;

(5) 略.

回顾与思考是为学生的自评提供了机会. 课后, 教师可以要求学生独立完成一份小结, 用自己的语言梳理本章内容, 并回顾自己在本章学习中的收获、困难和需要改进的地方. 教师也可以据此了解每一个学生的学习状况, 并适时调整教学.

复习题

1. (1) 日平均气温随时间而变化的情况 (时间与日平均气温之间的关系); 自变量是时间, 因变量是日平均气温.
(2) 11日, 大约是 28°C ; 12日, 大约是 36°C .
(3) 日平均气温相同.
(4) 点 A 表示 13 日的日平均气温, 大约是 33°C .
(5) 这里主要关注的是对变化过程的大致刻画, 学生的答案只要合理都应鼓励. 例如, 学生可以回答: 这一周日平均气温的变化在 28°C 到 36°C 之间, 12 日日平均气温升高, 14 日, 15 日, 16 日日平均气温相同, 13, 17 两日日平均气温下降.

2. 表格见本页下方.

3. (1) 全世界的二氧化碳释放量随时间推移的变化情况.

(2) 这里主要关注的是对变化过程的大致刻画, 学生的答案只要合理, 都应给予鼓励. 例如, 学生可以回答: 每隔10年, 二氧化碳的释放量都在增加. 对于感兴趣的学生, 教师可以鼓励他们进一步分析每隔10年二氧化碳释放量增加的幅度情况.

4. (1) 变量: 时间 t 和路程 x ; 自变量是时间 t , 因变量是路程 x ;

$$x = 120t.$$

(2) 变量: 铅笔支数 x 和付款数 y ;

自变量是铅笔支数 x , 因变量是付款数 y ;

$$y = 0.5x.$$

- (1) 图象表示的是哪两个变量之间的关系? 哪个是自变量? 哪个是因变量?
 (2) 这一周哪一天的日平均气温最低? 大约是多少? 哪一天的日平均气温最高? 大约是多少?
 (3) 14日、15日和16日的日平均气温有什么关系?
 (4) 点A表示哪一天的日平均气温? 大约是多少?
 (5) 说一说这一周的日平均气温是怎样变化的.

2. 1~6个月的婴儿生长发育得非常快, 他们的体重 y (克) 和月龄 x (月) 之间的关系可以用 $y = a + 700x$ 来近似地表示, 其中 a 是婴儿出生时的体重. 某个婴儿出生时的体重是3500克, 请用表格表示, 在1~6个月之间, 这个婴儿的体重 y 和月龄 x 之间的关系:

月龄/月	1	2	3	4	5	6
体重/克						

3. 科学家认为二氧化碳的释放量越来越多是全球变暖的原因之一. 下表是1950年至1990年全世界所释放的二氧化碳量:

时间/年	1950	1960	1970	1980	1990
二氧化碳释放量/百万吨	6 002	9 475	14 989	19 287	22 588

- (1) 上表反映的是哪两个变量之间的关系?
 (2) 说一说这两个变量之间的关系.
4. 指出下列问题中的变量, 其中, 哪个量是自变量? 哪个量是因变量? 并写出它们的表达式.
- (1) 列车以120 km/h的速度在铁路上行驶, 所走路程 x (km) 与行驶时间 t (h) 之间的表达式;
 (2) 铅笔的价格为每支0.5元, 购买铅笔应付的款数 y (元) 和购买支数 x (支) 之间的表达式.

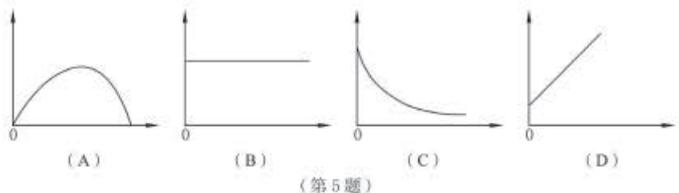
数学理解

5. 下列各情境分别可以用哪幅图来近似地刻画?
- (1) 一杯越晾越凉的水 (水温与时间的关系);
 (2) 一面冉冉上升的旗子 (高度与时间的关系);
 (3) 足球守门员向斜上方踢出去的球 (高度与时间的关系);
 (4) 匀速行驶的汽车 (速度与时间的关系).

5. (1) C; (2) D; (3) A; (4) B.

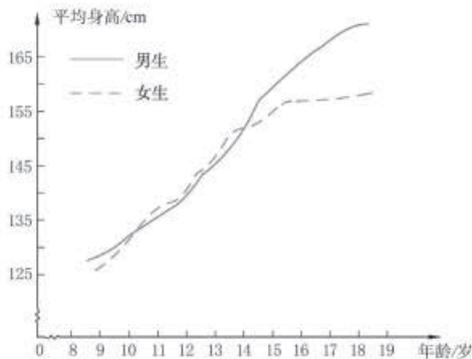
2.

月龄/月	1	2	3	4	5	6
体重/克	4 200	4 900	5 600	6 300	7 000	7 700



(第5题)

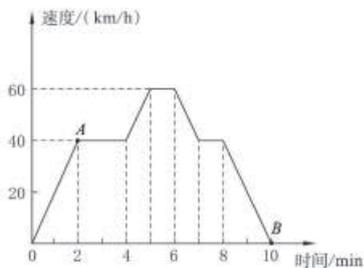
6. 观察下图, 你能大致地描述青春期男女生平均身高随年龄的变化情况吗?



(第6题)

7. 根据图象回答下列问题:

- (1) 右图反映了哪两个变量之间的关系?
- (2) 点 A , B 分别表示什么?
- (3) 说一说速度是怎样随时间变化而变化的;
- (4) 你能找到一个实际情境, 大致符合右图所刻画的关系吗?



(第7题)

8. 将一个温度计从一杯热水中取出, 立即放入一杯凉水中. 5 s 后温度计的读数是 49.0°C , 10 s 后是 31.4°C , 15 s 后是 22.0°C , 20 s 后是 16.5°C , 25 s 后是 14.2°C , 30 s 后是 12.0°C .

- (1) 用表格表示温度计的读数与时间之间的关系;
- (2) 根据表格, 大致估计 35 s 后温度计的读数.

度保持 60 km/h ; 6 分到 7 分, 速度下降到 40 km/h ; 7 分到 8 分, 速度保持 40 km/h ; 8 分到 10 分, 速度下降到 0 km/h . 教师还可以鼓励学生想象一个大致符合这一变化的实际情境.

(4) 略.

8. (1)

时间/s	5	10	15	20	25	30
温度/ $^{\circ}\text{C}$	49.0	31.4	22.0	16.5	14.2	12.0

(2) 学生可以根据 (1) 中的发现进行估计, 答案可以是 11.9°C 到 9.8°C 中的任意一值. 教师要关注学生思考的过程及对理由的表述.

6. 这里主要关注的是对变化过程的大致刻画, 学生的答案只要合理都应鼓励. 例如, 学生可以回答: 9 岁时男女生的平均身高都在 125 cm 到 130 cm 之间, 男生的平均身高高于女生; 大约在 11 岁到 14 岁, 女生的平均身高高于男生; 14 岁后, 男生的平均身高逐渐明显高于女生. 此时, 教师还可以鼓励学生讨论主题图中提出的问题.

7. (1) 速度随时间变化的情况.

(2) 点 A 表示的是第 2 分时速度是 40 km/h , 点 B 表示的是第 10 分时速度是 0 km/h ;

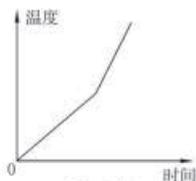
(3) 这里主要关注的是对变化过程的大致刻画, 学生的答案只要合理都应鼓励. 例如, 学生可以回答: 从开始到 2 分, 速度从 0 km/h 增加到 40 km/h ; 2 分到 4 分, 速度保持 40 km/h ; 4 分到 5 分, 速度从 40 km/h 增加到 60 km/h ; 5 分到 6 分, 速度保持 60 km/h ;

*9. 这是一个开放题，只要学生说得有道理，教师都应该肯定。教师可以鼓励每个同学都试一试，并在全班进行交流。

10. 2 时内，该自行车的平均速度为： $\frac{30}{2} = 15$ (km/h)；
3 时内，该自行车的平均速度为： $\frac{30}{3} = 10$ (km/h)；6 时内，该自行车的平均速度为： $\frac{80}{6} \approx 13.3$ (km/h)。

11. (1) 甲容器；
(2) 约 20℃；
(3) 甲容器。

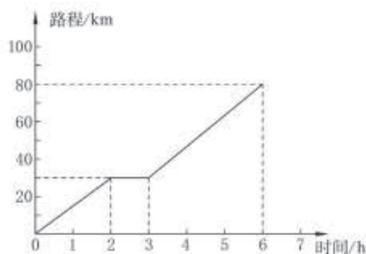
※9. 分析右面反映变量之间关系的图象，想象一个适合它的实际情境。



(第9题)

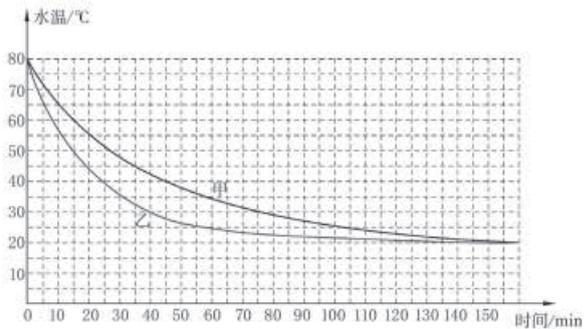
问题 解决

10. 如图所示的图象表示某人骑自行车所走的路程与时间之间的关系，分别计算 2 h 内、3 h 内、6 h 内此人骑自行车的平均速度。



(第10题)

11. 为了检测甲、乙两种容器的保温性能，检测员从每种容器中各取一个进行实验：在两个容器中装满相同温度的水，每隔 5 min 测量一次两个容器的水温（实验过程中室温保持不变），最后他把记录的水温随时间变化的情况画成了如图所示的图象。观察图象，并回答下列问题：



(第11题)

- (1) 经过 1 h, 哪个容器中的水温较高?
- (2) 你估计检测员实验时的室温可能是多少?
- (3) 你认为哪种容器的保温性能更好些? 说说你的理由.

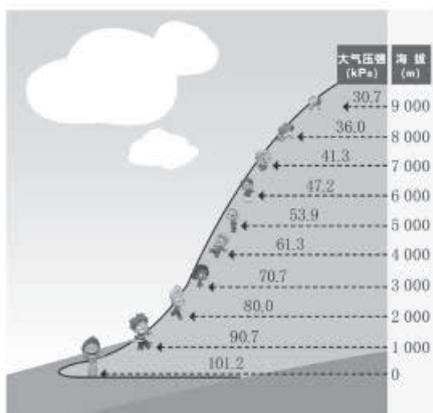
联系拓展

12. 如图.

- (1) 根据图中的数据填写下表:

海拔/m	0	1 000	2 000	3 000	4 000	5 000	6 000	7 000	8 000
大气压强/kPa									

- (2) 随着海拔的变化, 大气压强的变化趋势是什么?



(第 12 题)

12. (1) 表格见本页下方;
(2) 海拔越高, 大气压强越低.

海拔/m	0	1 000	2 000	3 000	4 000	5 000	6 000	7 000	8 000
大气压强/kPa	101.2	90.7	80.0	70.7	61.3	53.9	47.2	41.3	36.0

附录：典型案例评析

变量之间的关系复习课

设计：太原市第三十九中学 贾燕军

一、学情分析

学习本章节之前，教科书已经在代数式求值、探索规律等课时渗透了变化的思想，在本章的学习中学生已经分别从表格、图象、表达式等多种表示方法中对变量之间的关系进行了讨论，本节课希望学生在之前已经理解教科书所提供的变量之间关系问题的基础上，进一步依据学生实际创设新的情境，在探索活动中理解变量的相依关系。此外，从本章开始，学生的数学学习从常量的世界进入了变量的世界，由于是刚刚接触一种新的思维方式，学生对于变量之间的关系的理解还停留在表象上，事实上，我们期望通过本章节对变量和变量之间的关系的丰富经历，为学生以后顺利地过渡到函数学习打下基础，而为了发展学生对函数思想的理解，必须使他们对函数的多种表示有相当丰富的经历，结合六年级学生的认知风格、学习习惯，他们的好奇心和较强的求知欲，喜欢丰富的现实情境，喜欢创新，但是抽象思维能力不强，对于知识的学习往往是浅尝辄止，不能深入理解其内涵，在本节复习课上又创设了各种不同的设问、归纳形式，给予学生充分的时间感受周围世界中的变量，并将其抽象为数学模型，再由数学模型想象生活实际，将学生对于变量之间关系的认识上升到一个新的境界。

二、任务分析

在前面的学习中，学生已经通过丰富的现实情境，对变量与变量之间的关系进行了讨论，并在探索和经历表示变量之间关系的过程中，获得对表格、表达式、图象等表示方法的体验，所以，本节课将借助学生感兴趣的日常生活或其他学科中的问题，使他们进一步体会变量和变量之间的相互依赖关系，感受数学的应用价值；通过分析用表格、表达式和图象所表示的关系的活动，学生能系统掌握变量之间的关系的合理表示方法，并结合对变量之间关系的分析，尝试对变化趋势进行初步的预测；课后能独立完成一份小结，用自己的语言梳理本章的内容，并回顾自己在本章学习中的收获、困难和需要改进的地方，通过回顾与思考，使学生对变量之间的关系的认识更加深刻，发展对数学更高层次的认识。

三、教学目标

回顾总结表示变量之间关系的方法，并明确其中的自变量和因变量。

1. 进一步体会变量与变量之间关系的实例，并能用自己的语言和适当的方式进行表达。
2. 深刻理解用表格、表达式和图象等各种方式来表示某些变量之间的关系的意义，并结合对变量之间关系的分析，尝试对变化趋势进行初步的预测。

3. 进一步感受用运动变化的观点去认识数学对象, 发展对数学更高层次的认识.

四、教学重、难点

1. 读懂表格、表达式、图象所表示的信息, 理解自变量和因变量的概念.
2. 掌握变量之间关系的表示方法.
3. 学会整理实际问题中变量之间关系的信息, 并能进行预测.

五、教学过程

【第一环节】创设情境, 复习引入

小组合作讨论以下问题:

1. 举一个生活中一个变量随着另一个变量变化而变化的例子.

答案: 略.

2. 指出这个变化过程中, 自变量、因变量各是什么.

答案: 略.

3. 运用本章所学习的表格、表达式或图象等表示方式中的一种或几种, 刻画你们所得出的变量之间的关系.

答案: 略.

4. 你们运用的是哪种表示方式? 说说它的好处. 班级交流.

用表格表示函数就是把自变量的一组值和与其对应的函数值列成一个表格. 这样表示函数的好处是非常直观, 表格中已有的自变量的每一个值, 不需要计算就可以直接从表格中找到与它对应的函数值, 使用较方便. 但列表法表示函数具有一定的局限性, 列出的数值是有限的, 而且从表格中也不容易看到自变量与其函数值之间的对应关系.

用表达式表示函数关系能准确地表示出自变量与其函数之间的数量关系, 能很准确地得到与所有自变量对应的函数值. 但利用表达式表示的函数关系, 在求函数值时, 有时计算比较复杂, 而且有的函数关系不一定能用表达式表示出来.

用图象表示函数形象直观, 通过图象, 可形象地把函数的变化趋势表示出来, 根据函数的图象还能方便地研究函数的性质. 画函数的图象时, 要根据不同函数类型的图象特征, 选用适当的方法. 但是从函数图象上一般只能得到近似的数量关系.

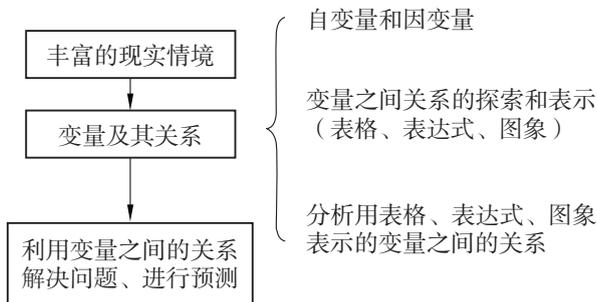
随着学生丰富的想象, 引导学生进入一个变量的世界, 从而引入课题.

意图: 本章内容虽不多, 但涉及的知识点对于学生来说较为抽象, 学生在新课的学习过程中单纯地依赖模仿与记忆的方式, 所以, 在复习课上希望通过创设问题情境, 从学生已有的知识出发, 引导学生探索、回忆、思考、归纳、应用与拓展, 以自己创设的情境为抓手, 引导学生回顾知识. 将有关问题和习题镶嵌在学生自己所设置的情境中, 通过对具体问题的解决, 巩固知识技能, 发展思维, 感受数学来源于生活又回归生活实际, 实现高效的复习.

【第二环节】知识回顾, 基础达标

回顾本章所学习的内容.

在教师的引导下，师生总结本单元知识结构（仅供参考）：



意图：如果说通过前一环节的回顾，学生获得的知识比较零散，那么，这里进一步系统地回顾、思考与总结，给学生全局整体的认识。

【第三环节】深入剖析，融会贯通

问题 1 在一次实验中，小明把一根弹簧的上端固定，在其下端悬挂物体，测得的弹簧长度 y (cm) 随所挂物体的质量 x (kg) 变化关系的图象如下：

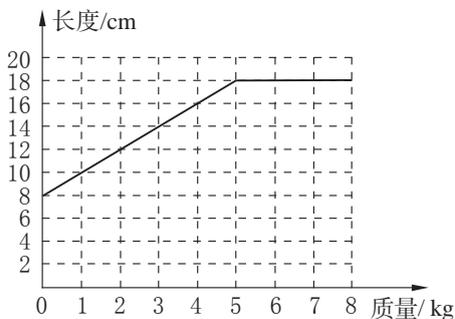


图 1

(1) 上述反映了哪两个变量之间的关系？哪个是自变量？哪个是因变量？

反映了弹簧长度 y (cm) 随所挂物体的质量 x (kg) 的变化关系，其中弹簧秤所挂物体的质量是自变量，弹簧的长度是因变量。

(2) 根据以上图象补全表格：

所挂质量 x / kg	0	1	2	3	4	5
弹簧长度 y / cm	8	10	12	14	16	18

(3) 由图象可知，弹簧所挂物体质量的允许值范围是多少千克？

由图象可知，弹簧所挂物体质量的允许值范围最多不超过 5 kg。

(4) 说一说弹簧长度是怎样随悬挂物体质量的变化而变化的。

弹簧所挂物体质量在允许值范围内，所挂物体质量越大，弹簧的长度越长。

设计意图：这是本章节的常见题型，作为知识的简单回顾和应用，在难度和形式上都没有什么拔高和变化，设置的意图：一是作为一类问题的回顾；二是作为一个引子，学生在深入理解题目意义和方法的基础上，继续为后续问题的深入理解做准备。

问题 2 图 2, 图 3 是反映两个变量的关系的图象, 请仔细观察、分析, 想象一个适合它的实际情境, 并写出来 (按照实际意义, 将两个数轴代表的意义分别写在箭头旁)。

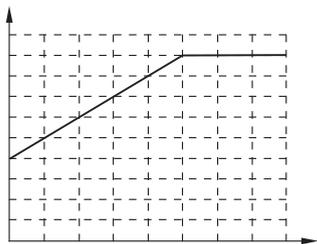


图 2

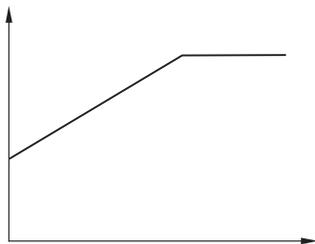


图 3

设计意图: 设计一个实际问题, 使它涉及两个变量之间的关系符合图 1, 可以小组交流的方式进行. 这里同时给出两个图象, 图 2 有格点坐标, 学生可以依据格点坐标将自己所创设的实际问题情境标注数值, 使得数据具体化, 如学生举例路程和时间的关系时, 可以拟出具体的表达式; 而图 3 中没有给出格点, 也有其优势, 学生在创设情境时想象的空间更大. 这一问题的给出比较特别, 学生在学习时往往见到的是给出问题情境, 再读图, 这里让学生反过来思考: 当图象给定时, 如何解读出所刻画的问题情境呢? 使学生对于知识的理解有进一步的提升.

问题 3 如图 4, 表示的是平行四边形 $ABCD$ 的一边 DC 向右匀速平行移动时, 底边 BC 的长度 l (cm) 随时间 t (s) 变化而变化的图象.

(1) 这个变化过程中, 自变量、因变量各是什么?

这个变化过程中, 自变量是时间, 因变量是底边 BC 的长度.

(2) DC 边没有运动之前, 底边 BC 的长度是多少?

DC 边没有运动之前, 底边 BC 的长度是 8 cm.

(3) DC 边向右运动了多长时间?

DC 边向右运动了 5 s.

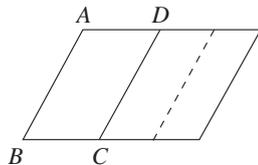
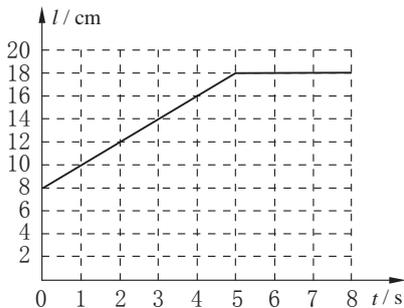


图 4

(4) 观察图 5, 在图 4 的基础上发生了怎样的变化? 据此推测, 图形在 5 s 之后的运动情况.

DC 在运动 5 s 之后, 停留 3 s, 又向左匀速平行移动直至与 AB 边重合.

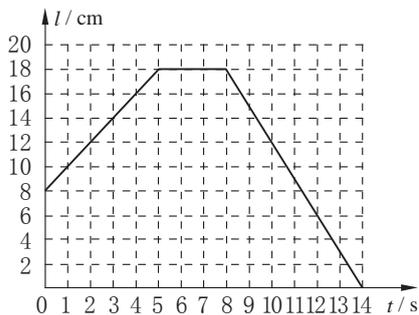


图 5

(5) 图 6 反映了 (4) 的变化过程中, 平行四边形 $ABCD$ 的面积 S (cm^2) 随时间 t (s) 变化的情况.

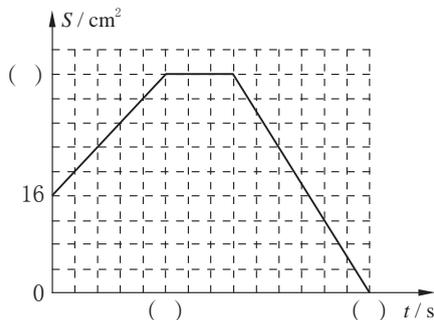


图 6

① 请根据 (4) 中的信息, 将图 6 补充完整.

分别填空: 36, 5, 14.

② 平行四边形 $ABCD$ 中, BC 边上的高为 2 cm.

③ 当时间 t 等于 2 s 时, 面积 S 的值为 24; 当时间 t 等于 12 s 时, S 的值呢? 说一说, S 的值是怎样随 t 值的变化而变化的?

当时间 t 等于 12 s 时, S 的值为 12; 当 $0 \leq t < 5$ 时, S 的值随 t 值的增大而增大; 当 $5 \leq t \leq 8$ 时, S 是定值; 当 $8 < t \leq 14$ 时, S 的值随 t 值的增大而减小.

④ 如果运动时间 $0 < t < 4$, 平行四边形 $ABCD$ 的面积 S (cm^2) 可以表示为: $S = 4t +$
16.

设计意图: 这一问题实际上是问题 2 的延续, 由于学生刚刚接触变量, 虽然结合图象举出不少生活中的实例, 但理解上依然比较浅显, 问题 3 的呈现, 应该让学生眼前一亮:

“原来这样的图象, 还可以表示一些有趣的数学问题.” 对于图象的理解, 不仅仅局限于生活现象, 还可以是抽象的数学模型, 为学生提供继续创新的源泉. 此外, 教学时关注图 5, 图 6 的细微差别, 让学生对读图, 有新的认识和体验.

问题 4 回顾 3 题的第 (4) 问, 我们感受到图象的变化会赋予事件以新的变化, 相类似地, 能否发挥你的想象力, 将第 2 题的图象加以补充, 让变量之间的关系在先前我们自己所定义的基础上继续发展变化? 请小组同学根据你补全的图象来猜猜你想要表达的意义.

(建议: 给学生提供合作的机会, 在教学设计时有意关注不同层面的学生间的合作,

促进共同认知,全面提升.)

意图:本环节设计了四个问题,有意识有目的地在一道基础例题的基础上作系列的变化,注重题目的发散性,将题目变式从单个知识点向多个知识点发散,层层深入,对例题进行分析和解答,发挥例题以点带面的作用,让零散、孤立的知识链条理化、系统化,达到能挖掘问题的内涵和外延、在变化中巩固知识、在运动中寻找规律的目的,实现复习的知识从量到质的转变.

以上这一组习题的设计,意在培养学生全面看问题的眼光,不仅看到特殊的、具体的现象,而且要看到一般的、抽象的本质,不仅要熟悉从正方向研究问题,而且要熟悉从反方向、侧方向探究问题,真正将分析问题的过程变成学生对知识的转化、消化、内化的过程.

【第四环节】课后练习

如图 7,在边长为 12 cm 的正方形四个角上,分别剪去大小相等的等腰直角三角形,当三角形的直角边由小变大时,阴影部分的面积也随之发生变化.

三角形的直角边 / cm	1	2	3	4	5	6
阴影部分的面积 / cm ²	142	136	126	112	94	72

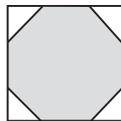


图 7

问题:

(1) 在这个变化过程中,自变量、因变量各是什么?

在这个变化过程中,自变量是被剪去的等腰直角三角形的直角边长,因变量是阴影部分的面积.

(2) 若等腰直角三角形的直角边长为 2 cm,图中阴影部分的面积是多少?

若等腰直角三角形的直角边长为 2 cm,图中阴影部分的面积是 136 cm².

(3) 当等腰直角三角形的直角边长由 1 cm 增加到 3 cm 时,阴影部分的面积是怎样变化的?

当等腰直角三角形的直角边长由 1 cm 增加到 3 cm 时,阴影部分的面积由 142 cm² 减少为 126 cm²,减少了 16 cm².

(4) 当等腰直角三角形的直角边长由 4 cm 增加到 6 cm 时,阴影部分的面积是怎样变化的?

当等腰直角三角形的直角边长由 4 cm 增加到 6 cm 时,阴影部分的面积由 112 cm² 减少为 72 cm²,减少了 40 cm².

(5) 若小等腰直角三角形的直角边长为 a cm,图中阴影部分的面积为 S cm²,写出 a 与 S 的关系式.

$$S = 144 - 2a^2.$$

设计意图:此练习教师可依据课堂时间和学生知识掌握情况选用或改编.

【第五环节】小结

通过本章节的学习,回顾与反思:

1. 对自己说，你有哪些收获？
2. 对同学说，你有哪些温馨提示？
3. 对老师说，你有哪些困惑？

在学生畅所欲言的基础上，教师进行适当地归纳，除了让学生明确本章节的重点知识外，还应帮助学生理清本章节的知识结构，提炼知识中所蕴含的思想方法，该强调的重点与难点也一定要强调到。

设计意图：教师、学生融为一体进行知识梳理、答疑、解惑，很好地发挥了学生的主观能动性，不仅有利于培养学生的反思能力，养成梳理知识的习惯，而且还能有效地培养学生的问题意识。

【第六环节】作业

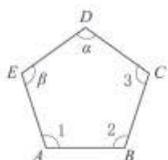
用自己的语言梳理本章内容，回顾自己在本章学习中的收获、困难和需要改进的地方，完成一份小结。

总复习题

- 整理本学期学过的知识与方法，用一张图把它们表示出来，并与同伴进行交流。
- 在自己经历过的解决问题活动中，选择一个最具有挑战性的问题，写下解决它的过程，包括遇到的困难、克服困难的方法与过程及所获得的体会，并解释选择这个问题的原因。
- 通过本学期的数学学习，你有哪些收获？有哪些需要改进的地方？

知识技能

1. 如图，用不同方法表示同一个角，填入下表。

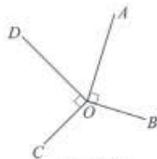


(第1题)

$\angle 1$		$\angle \alpha$		$\angle 3$
	$\angle ABC$			
			$\angle E$	

2. 如图， $\angle AOB = \angle COD = 90^\circ$ 。

- (1) $\angle AOC$ 等于 $\angle BOD$ 吗？
 (2) 若 $\angle BOD = 150^\circ$ ，则 $\angle BOC$ 等于多少度？
 3. 土星可以近似地看做是球体，它的半径约为 6×10^4 km，求土星的体积。你是怎样计算的？



(第2题)

4. 计算：

- (1) $(-\frac{1}{2})^3 \cdot (-\frac{1}{2})$;
 (2) $-(a+b)^5 \cdot (a+b)^2$;
 (3) $(-2a^3)^4$;
 (4) $(-\frac{1}{2}x)^4 \div (-\frac{1}{2}x)$;
 (5) $(-a^3 \cdot b)^2$;
 (6) $b \cdot (-b)^2 \cdot (b^2)^3$;

4. (1) $\frac{1}{16}$;
 (2) $-(a+b)^7$;
 (3) $16a^{20}$;
 (4) $-\frac{1}{8}x^3$;
 (5) a^6b^2 ;
 (6) b^9 ;
 (7) 1;
 (8) a^{4n} ;
 (9) x^2 ;
 (10) 10^6 ;
 (11) 2;
 (12) $-\frac{1}{7}$.

总复习题

教师首先鼓励学生自己回顾本册的学习内容，并与同伴合作完成本册内容框架图，每个小组制成的框架图可以各有特色，但应包括所有的学习重点。

教师还应组织学生交流在本册学习中的收获和不足，培养他们的反思意识。

$\angle 1$	$\angle 2$	$\angle \alpha$	$\angle \beta$	$\angle 3$
$\angle EAB$	$\angle ABC$	$\angle CDE$	$\angle DEA$	$\angle BCD$
$\angle A$	$\angle B$	$\angle D$	$\angle E$	$\angle C$

2. (1) 相等;
 (2) 120° .
 3. $2.88 \times 10^{14}\pi$.

5. (1) $-\frac{1}{4}a^5b^7$;

(2) $\frac{1}{5}xy^4z^3$;

(3) $\frac{1}{2}x^2y$;

(4) $-2a^7b^2$;

(5) $-6x^3y^3z+4x^2y^3z$;

(6) $-\frac{1}{3}a^3-\frac{1}{9}a^2-\frac{1}{6}a$;

(7) $x^2-\frac{7}{2}xy+\frac{3}{2}y^2$;

(8) $7a^2-23ab-6b^2$;

(9) $9x^2+7xy-2y^2$;

(10) $\frac{2}{9}p^2-\frac{1}{4}pq-\frac{1}{8}q^2$;

(11) $\frac{1}{3}a^2x^2+\frac{3}{2}ax$;

(12) $4r-6h$.

6. (1) $4x^2-9$;

(2) $\frac{1}{4}x^2-2xy+4y^2$;

(3) $-\frac{2}{9}x^2+2xy-\frac{9}{2}y^2$;

(4) $-9x^2+36y^2$;

(5) $8m^2n^2-\frac{1}{4}$;

(6) 4;

(7) $x^2+4xy+4y^2-9z^2$;

(8) $10x$.

7. $\angle 1 = \angle 2 = 142^\circ$, $\angle 3 = 38^\circ$.

8. $\angle 1 = \angle 3 = \angle 5$, $\angle 2 = \angle 4 = \angle 6$, 并且这两组角之间分别互补, 例如 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$.

(7) $(-y^3)^2 \div y^6$;

(9) $(x^2)^{m+1} \div x^{2m}$;

(11) 32×2^{-1} ;

(8) $a^{2m+1} \cdot a^{2m-1}$;

(10) $10^4 \times 10^0 \div 10^{-2}$;

(12) $(\frac{1}{7})^0 \div (-\frac{1}{7})^{-1}$.

5. 计算:

(1) $2a^2b \cdot (-\frac{1}{2}ab^2)^3$;

(3) $(2x)^3 \cdot y^2 \div (16xy^2)$;

(5) $-2x^2y(3xy^2z-2y^2z)$;

(7) $(x-3y)(x-\frac{1}{2}y)$;

(9) $(9x-2y)(x+y)$;

(11) $(-\frac{1}{5}a^3x^4-\frac{9}{10}a^2x^3) \div (-\frac{3}{5}ax^3)$;

(2) $(-\frac{2}{5}xy^2z) \cdot (-\frac{1}{2}y^2z^2)$;

(4) $(-a^2b)^4 \div (-\frac{1}{2}ab^2)$;

(6) $(-\frac{2}{3}a)(\frac{1}{2}a^2+\frac{1}{6}a+\frac{1}{4})$;

(8) $(-a-3b)(7a+2b)$;

(10) $(-\frac{1}{3}p+\frac{1}{2}q)(-\frac{2}{3}p-\frac{1}{4}q)$;

(12) $(-2\pi r^2h+3\pi rh^2) \div (-\frac{1}{2}\pi rh)$.

6. 利用整式乘法公式计算下列各题:

(1) $(-2x+3)(-2x-3)$;

(3) $-2(\frac{1}{3}x-\frac{3}{2}y)^2$;

(5) $(3mn+\frac{1}{2})(3mn-\frac{1}{2})-m^2n^2$;

(7) $(x+2y+3z)(x+2y-3z)$;

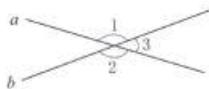
(2) $(-\frac{1}{2}x+2y)^2$;

(4) $4(-\frac{3}{2}x-3y)(\frac{3}{2}x-3y)$;

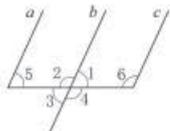
(6) $x^2-(x+2)(x-2)$;

(8) $(\frac{x}{2}+5)^2-(-\frac{x}{2}-5)^2$.

7. 如图, 如果 $\angle 1 + \angle 2 = 284^\circ$, 那么 $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ 各是多少度?



(第7题)



(第8题)

8. 如图, $a \parallel b$, $b \parallel c$, 写出图中各角之间的等量关系.

9. 为了完成下列任务, 你认为采用什么调查方式更合适?

- (1) 了解班级同学中哪个月份出生的人数最多;
- (2) 了解一批冷饮的质量是否合格;
- (3) 了解京剧在全校同学中的受欢迎程度;
- (4) 了解全国人口的平均寿命.

10. 判断下面这些抽样调查选取样本的方式是否合适, 并说明理由.

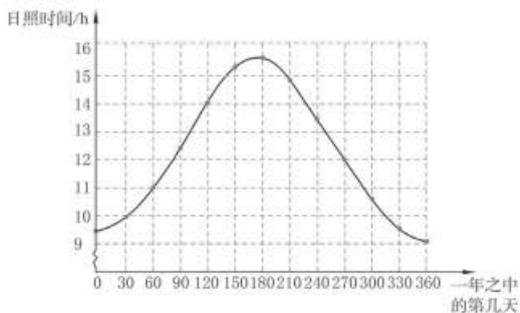
- (1) 为了了解某厂家生产的零件质量, 在其生产线上每隔 300 个零件抽取 1 个检查;
- (2) 为了了解某城市全年的降水情况, 随机调查这个城市某月的降水量.

11. 每天早晨你是如何醒来的? 下面是一所学校 400 名学生早晨起床方式的统计表:

起床方式	人数
别人叫醒	172
闹钟叫醒	88
自己醒来	64
其他	76

根据上面的数据制作适当的统计图, 表示用各种方式起床的学生.

12. 一年之中, 每天日照(从日出到日落)的时间是不同的, 下图表示了某地区从 2011 年 1 月 1 日到 2011 年 12 月 26 日的日照时间.



(第 12 题)

- (1) 上图描述的是哪两个变量之间的关系? 其中自变量是什么? 因变量是什么?
- (2) 哪天的日照时间最短? 这一天的日照时间约是多少?
- (3) 哪天的日照时间最长? 这一天的日照时间约是多少?

9. (1) 普查;
- (2) 抽样调查;
- (3) 普查或抽样调查均可;
- (4) 抽样调查.

10. (1) 合适; (2) 不合适.

11. 略.

12. (1) 日照时间与一年中第几天之间的关系; 一年中第几天是自变量, 日照时间是因变量.

(2) 2011 年 12 月 26 日(即 2011 年的第 360 天)的日照时间最短, 大约为 9.1 小时.

(3) 2011 年的第 180 天的日照时间最长, 大约为 15.6 小时.

(4) 从 2011 年的第 1 天到第 180 天日照时间在增加, 从第 180 天到第 360 天日照时间在减少.

(5) 学生只要能用语言大致描述出变化情况即可, 例如: 大约上半年随着日子的推移日照时间逐渐增加, 下半年则相反.

13. (1) 圆柱的体积在增加；
圆柱的底面半径是自变量，
圆柱的体积是因变量。

(2) $V = 5\pi r^2$.

(3) 5π , 500π .

14. 直线 a 与直线 b 平行，理由是：
同旁内角互补，两直线平行；
 $\angle 2 = \angle 4$ ，理由是：
两直线平行，同位角相等。

15. 甲：不合适；
乙：不合适；
丙：不合适。

16. (1) 甲公司；
(2) 不一样，乙图中横轴的单位变小了，因而相比甲显得增长快。

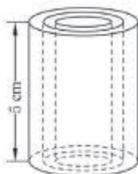
(4) 大约在什么时间段内，日照时间在增加？在什么时间段内，日照时间在减少？
(5) 说一说这个地区一年中日照时间是怎样随时间的变化而变化的。

13. 如图，假设圆柱的高是 5 cm，当圆柱的底面半径由小到大变化时：

(1) 圆柱的体积如何变化？在这个变化中，自变量、因变量各是什么？

(2) 如果圆柱底面半径为 r (cm)，那么圆柱的体积 V (cm^3) 可以表示为_____；

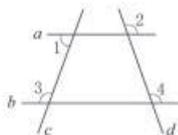
(3) 当 r 由 1 cm 变化到 10 cm 时， V 由_____ cm^3 变化到_____ cm^3 。



(第 13 题)

数学理解

14. 如图，直线 a, b 被 c, d 所截， $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 互补，直线 a 与直线 b 平行吗？比较 $\angle 2$ 与 $\angle 4$ 的大小关系，并简要说明理由。



(第 14 题)

15. 三名同学想了解所在城市的小学生是否感觉学习压力大，他们各自提出了自己的调查设想。

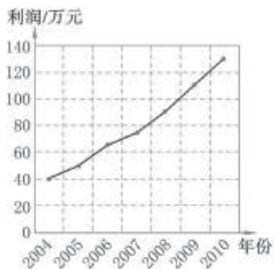
甲：周末去公园，随机询问 10 个小学生，就可以知道大致情况了。

乙：我有个弟弟，正在上小学，成绩中等，问问他就可以了解绝大部分学生的感受了。

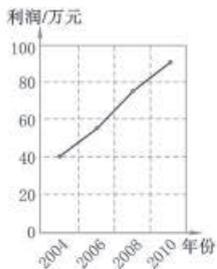
丙：我妈妈是小学老师，向她询问就可以了。

你觉得这三位同学提出的调查方式能比较客观地反映“他们所在城市的小学生是否感觉学习压力大”吗？为什么？

16. 甲、乙两公司近年的赢利情况如图所示。



(甲)



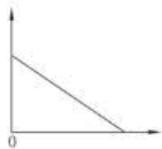
(乙)

(第 16 题)

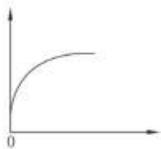
(1) 哪家公司近年利润的增长速度较快?

(2) 统计图给你的感觉和上述结果一样吗? 如果不一样, 你知道其中的原因吗?

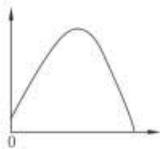
17. 下列各情境可以用哪幅图来近似地刻画?



(A)



(B)



(C)

(第17题)

(1) 一个球被竖直向上抛起, 球升到最高点, 垂直下落, 直到地面. 在此过程中, 球的高度与时间的关系;

(2) 将常温中的温度计插入一杯 60°C 的热水中, 温度计的读数与时间的关系;

(3) 在长方体澡盆放水的过程中, 水的高度与时间的关系.

18. 请举一些生活中可以用表达式表示的变量之间关系的例子, 并与同伴交流.

问题解决

19. 利用一副三角尺能画出下列度数的角吗? 如何画? 试试看.

150° , 15° , 105° , 135° .

20. 地球表面平均 1cm^2 上的空气质量约为 1kg , 地球的表面面积大约是 $5 \times 10^8\text{km}^2$, 地球表面全部空气的质量约为多少千克? 已知地球的质量约为 $6 \times 10^{24}\text{kg}$, 它的质量大约是地球表面全部空气质量的多少倍?

21. 不用计算器, 你能很快得到下面各题的结果吗?

(1) $0.125^{100} \times 8^{100}$; (2) 201×199 ; (3) 999^2 .

22. a , b , c 是三个连续的正整数, 以 b 为边长作正方形, 分别以 a , c 为长和宽作长方形, 哪个图形的面积大? 大多少?

23. 有资料表明, 一粒废旧的纽扣电池大约会污染 60 万升的水. 如果你们学校的每个同学都丢弃一粒纽扣电池, 大约会污染多少升水? 用科学记数法表示这个结果, 并用你熟悉的事物描述它有多少.

24. 制作适当的统计图表示下列数据:

(1) 全世界受到威胁的动物种类数;

17. (1) C;

(2) B;

(3) A.

18. 略.

19. 都能.

$$150^{\circ} = 90^{\circ} + 60^{\circ};$$

$$15^{\circ} = 60^{\circ} - 45^{\circ};$$

$$105^{\circ} = 60^{\circ} + 45^{\circ};$$

$$135^{\circ} = 180^{\circ} - 45^{\circ}.$$

20. $5 \times 10^{18}\text{kg}$;

1.2×10^6 倍.

21. (1) $(0.125 \times 8)^{100} = 1$;

(2) $(200+1)(200-1)$

$$= 40\,000 - 1$$

$$= 39\,999;$$

(3) $999^2 = (1\,000-1)^2$

$$= 1\,000\,000 - 2\,000 + 1$$

$$= 998\,001.$$

22. 以 b 为边长的正方形面积大; 大 1.

23. 略.

24. 统计图略.

(1) 条形统计图;

(2) 扇形统计图;

(3) 折线统计图或条形统计图.

25. 略.

26. $\frac{3}{2}b^2 - \frac{\pi}{16}b^2$ 或 $\frac{2}{3}a^2 - \frac{\pi}{36}a^2$.

动物分类	哺乳类	鸟类	爬行类	两栖类	鱼类	无脊椎动物类
受到威胁的种类数	约1100	约1100	约300	约100	约700	约1900

(2) 对某城市家庭人口数的一次统计结果表明: 2口人家占23%, 3口人家占42%, 4口人家占21%, 5口人家占9%, 6口人家占3%, 其他占2%.

(3) 1949年以后我国历次人口普查情况:

年份	1953	1964	1982	1990	2000	2010
人口/亿	5.94	6.95	10.08	11.34	12.95	13.71

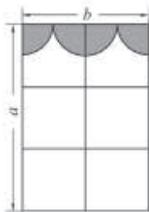
25. 为了调查居民的生活水平, 有关部门对某个地区5个街道的50户居民的家庭存款额进行了调查, 数据(单位: 万元)如下:

1.6	3.5	2.3	6.5	2.2	1.9	6.8	4.8	5.0	4.7
2.3	1.5	3.1	5.6	3.7	2.2	3.3	5.8	4.3	3.6
3.8	3.0	5.1	7.0	3.1	2.9	4.4	5.8	3.8	3.7
3.3	5.2	4.1	4.2	4.8	3.0	4.0	4.6	6.0	2.4
3.3	6.1	5.0	4.9	3.0	3.1	7.2	1.8	5.0	1.9

将数据适当分组, 并绘制相应的频数直方图.

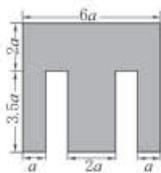
联系拓广

26. 如图所示, 一个窗户被装饰布挡住了一部分. 其中窗户的长 a 与宽 b 之比是 3:2, 装饰布由一个半圆和两个四分之一圆组成, 圆的直径都是 $\frac{b}{2}$. 计算这个窗户未被遮挡部分的面积.

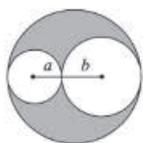


(第26题)

27. 计算图中各阴影部分的面积.



(1)



(2)

(第 27 题)

28. 某公交车每月的支出费用为 4 000 元, 票价为 2 元/人, 设每月有 x 人乘坐该公交车, 每月收入与支出的差额为 y 元.

(1) 请写出 y 与 x 之间的表达式, 并列表示当 x 的值分别是 500, 1 000, 1 500, 2 000, 2 500, 3 000, 3 500, 4 000 时 y 的值;

(2) 当每月乘客量达到多少人以上时, 该公交车才不会亏损?

28. (1) $y = 2x - 4\,000$;

x	500	1 000	1 500	2 000	2 500	3 000	3 500	4 000
y	-3 000	-2 000	-1 000	0	1 000	2 000	3 000	4 000

(2) 当不少于 2 000 人时, 不会亏损.